

## **Analisis Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Geometri Transformasi**

### *Analysis of the Ability to Construct Mathematical Proofs in Solving Transformation Geometry Proof Problems*

Amalia Silwana

[amalia@stkipbim.ac.id](mailto:amalia@stkipbim.ac.id)

STKIP Bina Insan Mandiri

#### **Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan mengonstruksi bukti matematis mahasiswa dengan kemampuan matematis tinggi, sedang, dan rendah dalam menyelesaikan soal pembuktian Geometri Transformasi. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif dengan tiga mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika sebagai subjek penelitian: satu mahasiswa dengan kemampuan matematis tinggi, satu mahasiswa dengan kemampuan matematis sedang, dan satu mahasiswa dengan kemampuan matematis rendah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa dengan kemampuan matematis tinggi mampu memenuhi keseluruhan indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis, mahasiswa dengan kemampuan matematis sedang cenderung belum mampu menunjukkan *warrant* sebagai kaitan premis dan konklusi dari pernyataan sehingga tidak dapat melanjutkan pembuktian dengan benar dan tidak dapat memenuhi indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis secara keseluruhan, sedangkan mahasiswa dengan kemampuan rendah tidak mampu menyebutkan keterkaitan antar premis maupun keterkaitan premis dan konklusi dari pernyataan sehingga tidak dapat melanjutkan pembuktian dengan benar serta tidak dapat memenuhi indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis secara keseluruhan.

**Kata kunci:** mengonstruksi bukti matematis, geometri transformasi

#### **Abstract**

*This research aims to describe the undergraduate students' ability to construct mathematical proofs with high, medium, and low mathematical abilities in solving Transformation Geometry proof problems. This research is descriptive qualitative research with three undergraduate students of the Mathematics Education department as research subjects: one high-ability undergraduate student, one medium-ability undergraduate student, and one low-ability undergraduate student. The research results show that high-ability undergraduate students can fulfill all the indicators of construct mathematical proofs ability, medium-ability undergraduate students are unable to show warrant as a link to the premises and conclusions of statements so they cannot continue the proof correctly and fulfill the indicators of construct mathematical proofs ability, while low-ability undergraduate students are unable to state the relation between premises and the relation between premises and conclusions of statements so they cannot continue the proof correctly and fulfill the indicators of construct mathematical proofs ability.*

**Keywords:** *construct mathematical proofs, transformation geometry*

## **PENDAHULUAN**

Pembelajaran matematika di perguruan tinggi menuntut mahasiswa untuk mengkaji dan mempelajari materi tingkat lanjut. Sebagian besar materi matematika tingkat lanjut bersifat abstrak (Agustina dkk., 2021), sehingga mahasiswa membutuhkan kemampuan matematis untuk dapat memahami materi dengan baik. Salah satu kemampuan matematis yang dibutuhkan adalah kemampuan mengonstruksi bukti matematis (Lestari, 2018; Nurrahmah & Karim, 2018). Hal ini dikarenakan pembelajaran matematika di perguruan tinggi merupakan pembelajaran menggunakan matematika formal untuk menyusun teori dari definisi dan pembuktian. Selain itu, beberapa konsep matematika yang dikaji perlu dibuktikan kebenarannya. Hal ini menjadikan pembuktian sebagai ciri khas dari matematika yang menjadi dasar bagi kebermanfaatan matematika. Sejalan dengan penjelasan (Sumardiyono, 2018) bahwa Matematika dibangun atas dasar logika matematika yang terdiri dari kata dan kalimat dengan berbagai bentuk simbol, definisi, lemma, dan teorema, serta sebagian besar merupakan pernyataan yang baru bisa diakui kebenarannya jika sudah dibuktikan.

Proses mengonstruksi bukti matematis didefinisikan sebagai suatu proses merangkai argumen-argumen yang logis sehingga dapat menjelaskan nilai kebenaran suatu pernyataan. Hal ini sebagaimana yang dijelaskan dalam beberapa penelitian bahwa proses pembuktian merupakan suatu proses menerapkan langkah-langkah logis dengan menggunakan hal eksplisit seperti prinsip, aksioma, atau hasil pembuktian sebelumnya untuk menciptakan argumen deduktif yang valid melalui penerapan prinsip logika sehingga dapat mencapai suatu kesimpulan (Hanna dkk., 2004; Hanna & Barbeau, 2002; Septiati & Sari, 2018). Sejalan dengan hal tersebut, (Weber, 2005) menjelaskan bahwa konstruksi bukti merupakan suatu proses matematis dengan kondisi awal telah diberikan beberapa informasi awal (asumsi, aksioma, definisi) kemudian selanjutnya menerapkan aturan inferensi seperti mengingat fakta yang telah ditetapkan sebelumnya atau menerapkan teorema sehingga memperoleh kesimpulan yang diinginkan.

Selain itu, mahasiswa pendidikan matematika sebagai calon guru matematika membutuhkan keterampilan berpikir terstruktur dan rasional (Perbowo & Pradipta, 2017) yang dapat diwujudkan dan dilatih melalui pemberian tugas pembuktian matematis. Tugas pembuktian memiliki beberapa fungsi, yaitu dosen dapat mengetahui kemampuan mahasiswa dalam berargumentasi secara logis, mengetahui kemampuan mahasiswa dalam menggunakan contoh dan lawan contoh untuk mendukung argumentasinya, mengetahui kelemahan mahasiswa dalam bernalar, serta mengetahui miskonsepsi yang dialami mahasiswa (Nurrahmah & Karim, 2018). Akan tetapi, pada praktik pembelajaran matematika, seringkali terdapat kesalahan yang muncul ketika menyusun bukti matematis, yaitu

kekeliruan dalam memahami makna suatu definisi, penjelasan tidak detail, atau kekeliruan dalam melakukan prosedur pembuktian (Stefanowicz, 2014). Berbagai penelitian juga menyatakan bahwa pembelajaran yang mengasah kemampuan konstruksi bukti matematis di perguruan tinggi belum dilaksanakan dengan optimal (Bieda dkk., 2014; Daguplo, 2014; Kuusi dkk., 2014).

Salah satu mata kuliah yang dapat memberikan mahasiswa kesempatan untuk melatih keterampilan dalam mengonstruksi pembuktian matematis adalah mata kuliah Geometri Transformasi (Maifa, 2019). Akan tetapi, mata kuliah Geometri Transformasi merupakan mata kuliah yang seringkali dinilai sulit oleh mahasiswa pendidikan matematika (Dinata, 2019; Mentaruk, 2015). Hal ini sebagaimana studi pendahuluan yang dilakukan oleh peneliti, bahwa mahasiswa pendidikan matematika di STKIP Bina Insan Mandiri seringkali mengalami kesulitan dalam mata kuliah Geometri Transformasi khususnya dalam melakukan pembuktian matematis. Penyebab mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengonstruksi bukti matematis dalam soal pembuktian Geometri Transformasi yaitu: (1) mahasiswa kurang memahami konsep yang berkaitan dengan soal pembuktian yang diberikan, (2) mahasiswa kesulitan mengidentifikasi premis dan konklusi dari suatu pernyataan serta kaitan antar keduanya, serta (3) mahasiswa kesulitan dalam menentukan metode pembuktian dan menyusun alur pembuktian yang tepat.

Selanjutnya, penelitian terdahulu yang membahas terkait pembuktian matematis pada mata kuliah Geometri Transformasi diantaranya yaitu penelitian (Maifa, 2019) yang membahas kesalahan mahasiswa dalam melakukan pembuktian Geometri Transformasi dan penelitian oleh (Kumanireng, 2022) yang membahas mengenai problematika pembuktian matematis pada mata kuliah Geometri Transformasi. Dan belum terdapat penelitian yang membahas tentang kemampuan mengonstruksi bukti matematis dalam menyelesaikan soal pembuktian Geometri Transformasi khususnya jika ditinjau dari kemampuan matematis mahasiswa (tinggi, sedang, rendah). Berdasarkan latar belakang tersebut, maka peneliti memutuskan untuk meneliti kemampuan mengonstruksi bukti matematis dalam menyelesaikan soal pembuktian Geometri Transformasi, khususnya jika ditinjau dari kemampuan matematis mahasiswa.

## **METODE**

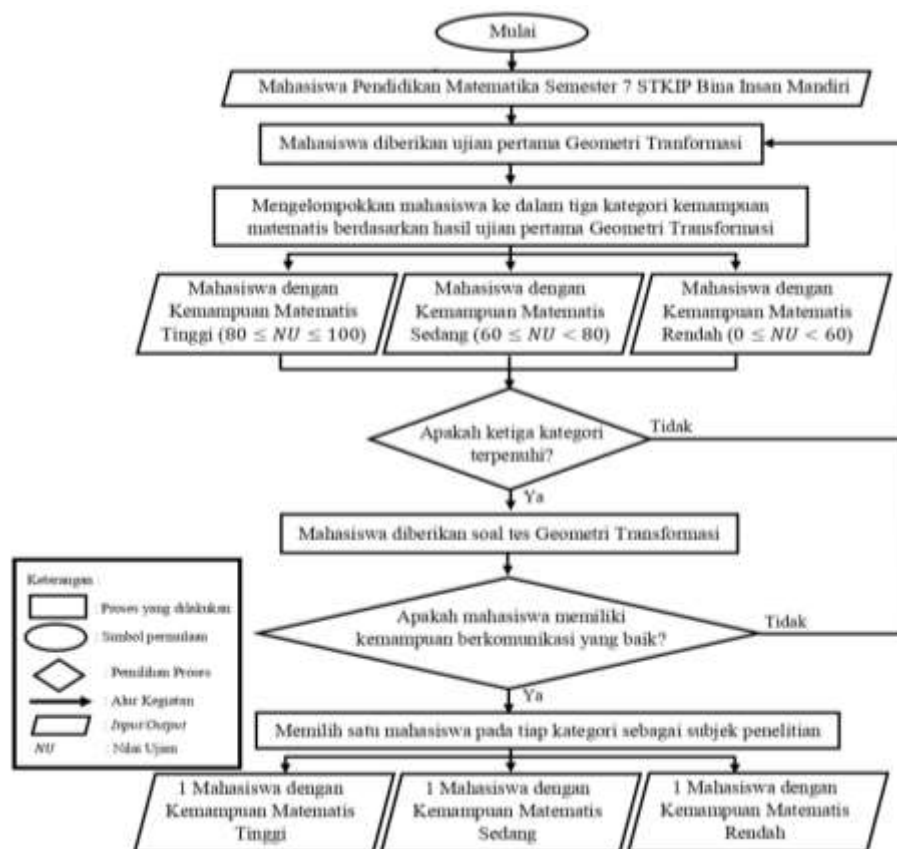
Jenis penelitian ini yaitu penelitian deskriptif kualitatif. Terdapat 13 mahasiswa semester VII Program Studi Pendidikan Matematika STKIP Bina Insan Mandiri yang sedang menempuh mata kuliah Geometri Transformasi. Ketigabelas mahasiswa tersebut akan dikelompokkan menjadi tiga, yaitu mahasiswa dengan kemampuan matematis tinggi, sedang, dan rendah berdasarkan nilai ujian pertama mereka pada mata kuliah Geometri

Transformasi dan juga hasil diskusi dengan dosen lainnya. Pengelompokan dilakukan sesuai dengan ketentuan Setiawan, dkk. (2022) sebagaimana pada Tabel 1 berikut.

**Tabel 1. Ketentuan Pengelompokan Kemampuan Matematis Mahasiswa**

| Kategori                   | Interval Nilai                        |
|----------------------------|---------------------------------------|
| Kemampuan matematis tinggi | $80 \leq \text{nilai ujian} \leq 100$ |
| Kemampuan matematis sedang | $60 \leq \text{nilai ujian} < 80$     |
| Kemampuan matematis rendah | $0 \leq \text{nilai ujian} < 60$      |

Cara pemilihan subjek dalam penelitian ini menggunakan teknik *purposive sampling*. Berdasarkan teknik tersebut, akan dipilih satu mahasiswa pada masing-masing kategori kemampuan matematis yang dianggap dapat mewakili keseluruhan mahasiswa pada setiap kategori kemampuan matematis dan mempertimbangkan kemampuan komunikasi mahasiswa dalam mengemukakan gagasannya. Alasan peneliti memilih satu mahasiswa untuk setiap kemampuan matematis karena sudah cukup mewakili kemampuan matematis tersebut berdasarkan hasil jawaban mahasiswa. Alur pemilihan subjek disajikan pada Diagram 1 berikut.



**Diagram 1. Diagram Alur Pemilihan Subjek**

Data penelitian diperoleh melalui hasil pengerjaan soal pembuktian Geometri Transformasi dan hasil wawancara dengan subjek penelitian terkait jawaban pada soal yang telah diberikan. Data penelitian tersebut akan dianalisis dan disesuaikan dengan indikator kemampuan mengonstruksi bukti

matematis. Pada penelitian ini, peneliti menggunakan indikator berdasarkan (Sumarmo,2017) sebagaimana pada Tabel 2 berikut.

**Tabel 2. Indikator Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis**

| No | Indikator Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis  | Kode |
|----|--|------|
| 1  | Mengidentifikasi premis dari pernyataan yang akan dibuktikan   | B1   |
| 2  | Mengidentifikasi konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan   | B2   |
| 3  | Mengetahui keterkaitan antar premis yang ada di pernyataan yang akan dibuktikan                                    | B3   |
| 4  | Mengetahui kaitan premis dan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan dengan menunjukkan suatu <i>warrant</i> | B4   |
| 5  | Membuat dugaan konsep kunci yang menjembatani premis dan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan             | B5   |
| 6  | Mengevaluasi aturan-aturan penarikan kesimpulan  | B6   |

Tahapan analisis data dilakukan sebagaimana Miles, dkk. (2014) yaitu reduksi data, penyajian data, dan pemberian kesimpulan. Verifikasi data menggunakan teknik triangulasi dengan triangulasi metode yang dilakukan dengan membandingkan hasil pengerjaan soal pembuktian Geometri Transformasi dengan hasil wawancara. Alur prosedur penelitian disajikan dalam Diagram 2 sebagai berikut.

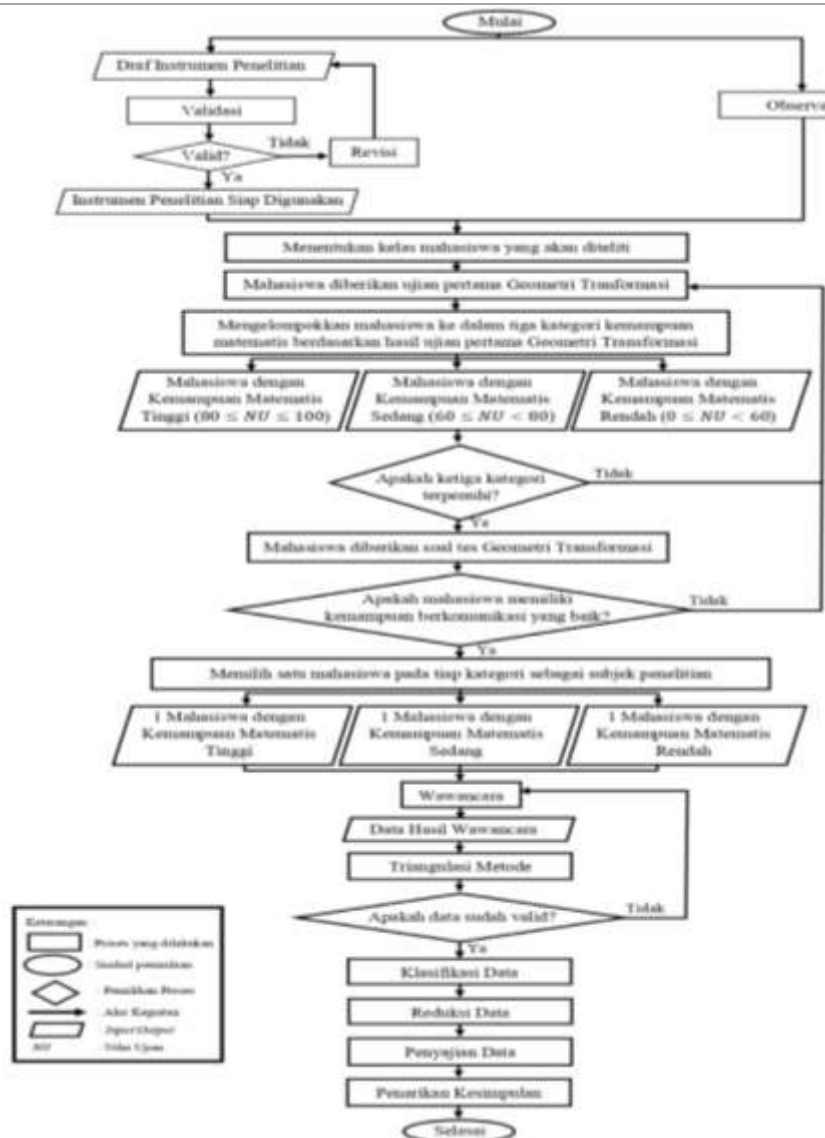


Diagram 2. Diagram Alur Prosedur Penelitian

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada tahap pengelompokan mahasiswa berdasarkan kategori kemampuan matematis, peneliti menggunakan nilai ujian pertama mata kuliah Geometri Transformasi dan diperoleh hasil pengelompokan yang disajikan pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Hasil Pengelompokan Kemampuan Matematis Mahasiswa

| Kategori                   | Banyak Mahasiswa |
|----------------------------|------------------|
| Kemampuan matematis tinggi | 3                |
| Kemampuan matematis sedang | 4                |
| Kemampuan matematis rendah | 6                |

Selanjutnya, pada setiap kategori kemampuan matematis diambil perwakilan mahasiswa yang dianggap cukup untuk mewakili setiap kategori dan memiliki kemampuan komunikasi yang baik. Satu mahasiswa dengan kemampuan tinggi yaitu S1, satu mahasiswa dengan kemampuan sedang yaitu S2, serta satu mahasiswa dengan kemampuan rendah yaitu S3. Berikut

akan dijabarkan kemampuan mengonstruksi bukti matematis tiga subjek penelitian berdasarkan lembar jawaban untuk soal pembuktian matematis Geometri Transformasi materi pembuktian suatu pemetaan sebagai suatu transformasi (masalah pertama) dan pembuktian suatu transformasi merupakan suatu isometri (masalah kedua), serta hasil wawancara.

### Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis Mahasiswa dengan Kemampuan Matematis Tinggi

Kemampuan mengonstruksi bukti matematis mahasiswa dengan kemampuan tinggi yaitu S1 dianalisis berdasarkan lembar jawaban S1 pada Gambar 1 dan hasil wawancara dengan S1 yang akan dijabarkan dalam Tabel 4 berikut.



Gambar 1. Lembar Jawaban S1

Tabel 4. Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis dari S1

| Kode Indikator | S1   |
|----------------|--|
| B1             | • S1 dapat menyebutkan semua premis dari pernyataan yang akan dibuktikan.  |
| B2             | • S1 dapat menyebutkan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan dengan menyatakan hal yang harus dibuktikan.  |
| B3             | • S1 dapat menjelaskan keterkaitan antar premis dari pernyataan yang akan dibuktikan, bahwa terdapat dua kondisi yaitu ketika $X \in g$ dan $X \notin g$ yang nantinya akan membagi pembuktian menjadi beberapa kasus. |
| B4             | • S1 dapat menjelaskan keterkaitan antar premis dan konklusi yang akan dibuktikan dengan menunjukkan suatu <i>warrant</i> yaitu dengan definisi fungsi injektif, pembuktian dengan gambar, serta definisi isometri.    |
| B5             | • S1 dapat menduga konsep kunci yang menjembatani premis dan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan yaitu konsep fungsi injektif dan konsep isometri.   |
| B6             | • S1 dapat mengevaluasi aturan penarikan kesimpulan dengan   |

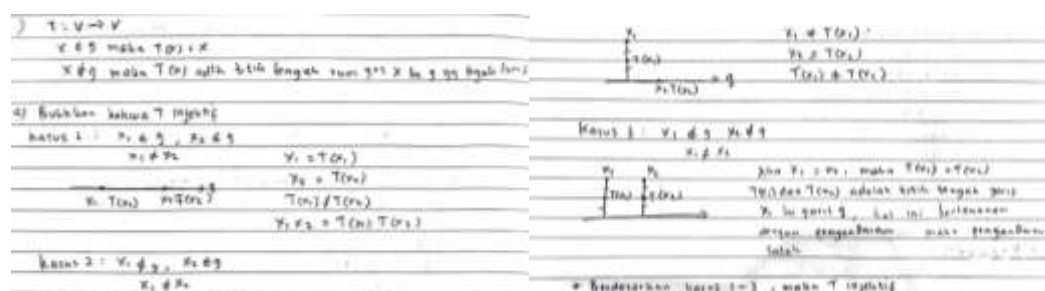
memeriksa kembali alur pembuktian sehingga memperoleh kesimpulan bahwa alur pembuktian sudah sesuai dengan konsep fungsi injektif dan konsep isometri, serta memeriksa pembagian kasus yang diyakini sudah lengkap.

Berdasarkan lembar jawaban dan hasil wawancara S1, menunjukkan bahwa S1 mampu memenuhi keenam indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis dengan baik. Hal ini sebagaimana hasil penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa siswa dengan kemampuan matematis tinggi dapat mengonstruksi pembuktian matematis secara runtut dan rinci (Novyta, 2022), dan mampu mengonstruksi pembuktian matematis dengan benar (Dewi & Dasari, 2023). Selain itu, pembuktian yang dilakukan oleh mahasiswa dengan kemampuan matematis tinggi dilakukan dengan pembagian kasus-kasus yang mungkin dari premis yang ada dalam pernyataan kemudian menghubungkan hasil dari pembuktian setiap kasus untuk membuktikan pernyataan secara valid. Sejalan dengan penelitian Nadlifah (2020) yang menjelaskan bahwa untuk dapat melakukan proses konstruksi pembuktian yang valid, maka perlu dilakukan koneksi antara fakta-fakta yang ada dan kemudian menyimpulkannya menjadi suatu rangkaian bukti yang lengkap.

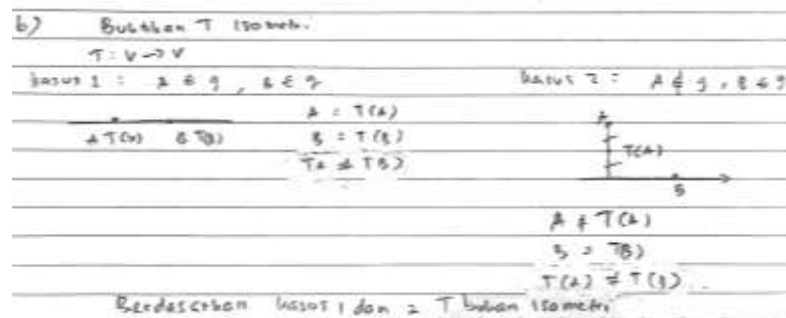
Mahasiswa dengan kemampuan matematis tinggi juga melakukan evaluasi atas penarikan kesimpulan yang dilakukan dalam proses konstruksi pembuktian. Sebagaimana dijelaskan dalam Herizal, dkk. (2020) bahwa untuk mendapatkan bukti valid, mahasiswa dapat memvalidasi setiap pernyataan dalam setiap langkah pembuktian dan jika terdapat kesalahan harus diperbaiki.

### **Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis Mahasiswa dengan Kemampuan Matematis Sedang**

Kemampuan mengonstruksi bukti matematis mahasiswa dengan kemampuan sedang yaitu S2 dianalisis berdasarkan lembar jawaban S2 pada Gambar 2, dan hasil wawancara dengan S2 yang akan dijabarkan dalam Tabel 5 berikut.







Gambar 2. Lembar Jawaban S2

Tabel 5. Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis dari S2

| Kode Indikator | S2  |
|----------------|---|
| B1             | • S2 dapat menyebutkan semua premis dari pernyataan yang akan dibuktikan.   |
| B2             | • S2 dapat menyebutkan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan dengan menyatakan hal yang harus dibuktikan.   |
| B3             | • S2 menjelaskan keterkaitan antar premis dari pernyataan yang akan dibuktikan.   |
| B4             | • S2 dapat menjelaskan keterkaitan antar premis dan konklusi yang akan dibuktikan pada masalah pertama dengan menunjukkan suatu <i>warrant</i> yaitu definisi fungsi injektif, S2 juga dapat menjelaskan keterkaitan antar premis dan konklusi yang akan dibuktikan pada masalah kedua tetapi tidak tepat.      |
| B5             | • S2 dapat menduga konsep kunci yang menjembatani premis dan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan pada masalah pertama saja, yaitu konsep fungsi injektif tetapi tidak dapat menerapkan konsep tersebut dengan tepat dalam pembuktian, sedangkan pada masalah kedua S2 tidak memahami konsep isometri. |
| B6             | • S2 tidak mengevaluasi aturan penarikan kesimpulan yang digunakan.   |

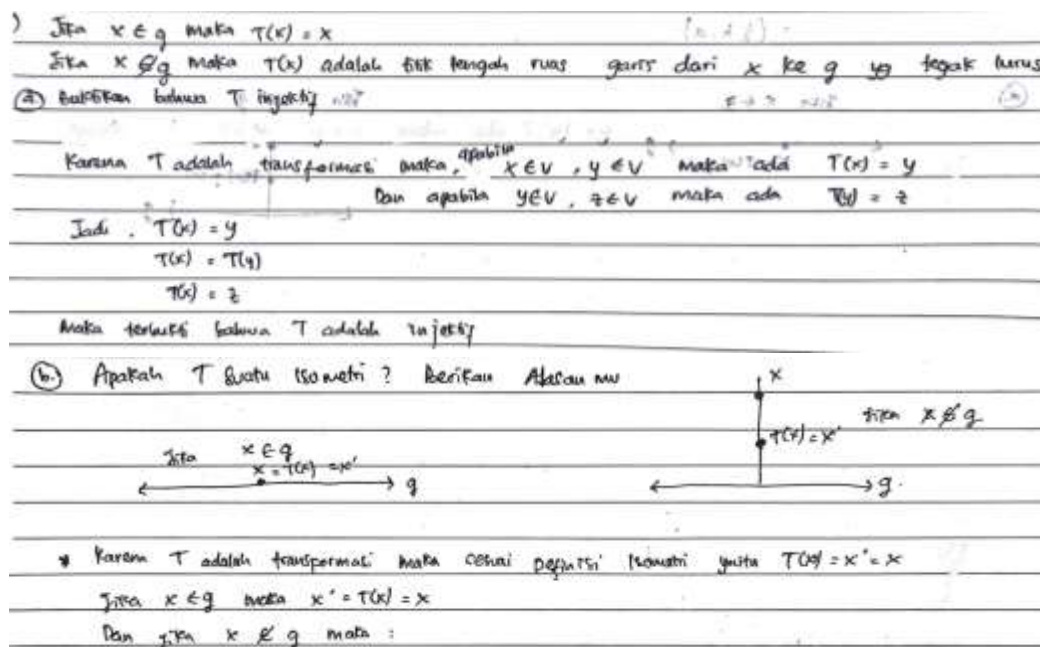
Berdasarkan lembar jawaban dan hasil wawancara S2, menunjukkan bahwa S2 hanya mampu memenuhi tiga indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis yaitu indikator B1, B2, dan B3. Indikator B4, B5, dan B6 belum dapat dipenuhi dengan baik. Oleh karena itu, mahasiswa dengan kemampuan sedang cenderung belum dapat memenuhi indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis secara keseluruhan dengan baik.

Mahasiswa dengan kemampuan matematis sedang cenderung dapat menduga konsep kunci yang menjembatani premis dan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan tetapi tidak dapat menerapkan konsep tersebut dengan tepat dalam pembuktian. Hal ini dikarenakan kesulitan dalam proses pembuktian matematis meliputi beberapa aspek salah satunya kurangnya pemahaman konseptual sehingga kurang mampu mengekspresikan definisi dari konsep (Azrou & Khelladi, 2019; Nadlifah & Prabawanto, 2017; Sommerhoff & Ufer, 2019). Dalam proses pembuktian, S2 dapat menyusun pembuktian dalam masalah pertama tetapi pembuktiannya kurang lengkap pada pembuktian kontradiksi bagian pernyataan penyangkalan untuk kasus yang ketiga. Sebagaimana Asyhar (2019) yang menyatakan bahwa dalam mengonstruksi pembuktian, kesalahan yang dapat terjadi yaitu mahasiswa

mampu menyusun argumen dengan pernyataan yang logis tetapi argumen yang diberikan belum lengkap. Perbowo & Pradipta (2017) juga menyatakan dalam penelitiannya bahwa sebagian besar mahasiswa kesulitan dalam pembuktian kontradiksi.

### Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis Mahasiswa dengan Kemampuan Matematis Rendah

Kemampuan mengonstruksi bukti matematis mahasiswa dengan kemampuan rendah yaitu S3 dianalisis berdasarkan lembar jawaban S3 pada Gambar 3, dan hasil wawancara dengan S3 yang akan dijabarkan dalam Tabel 6 berikut.



Gambar 3. Lembar Jawaban S3

Tabel 6. Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis dari S3

| Kode Indikator | S3   |
|----------------|--|
| B1             | • S3 dapat menyebutkan semua premis dari pernyataan yang akan dibuktikan.  |
| B2             | • S3 dapat menyebutkan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan dengan menyatakan hal yang harus dibuktikan.                            |
| B3             | • S3 tidak dapat menjelaskan keterkaitan antar premis dari pernyataan yang akan dibuktikan.  |
| B4             | • S3 menuliskan keterkaitan antar premis dan konklusi pada masalah pertama melalui definisi fungsi injektif tetapi tidak tepat, dan S3 tidak |

- 
- mengetahui keterkaitan antar premis dan konklusi pada masalah kedua.
- B5 • S3 menduga konsep kunci yang menjembatani premis dan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan yaitu konsep fungsi injektif dan konsep isometri tetapi tidak dapat menghubungkannya dengan tepat karena tidak memahami konsep tersebut.
  - B6 • S3 tidak melakukan evaluasi aturan penarikan kesimpulan karena merasa bingung dengan jawabannya.
- 

Berdasarkan lembar jawaban dan hasil wawancara S3, menunjukkan bahwa S3 hanya mampu memenuhi dua indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis yaitu indikator B1 dan B2. Indikator B3, B4, B5, dan B6 belum dapat dipenuhi dengan baik. Oleh karena itu, mahasiswa dengan kemampuan rendah cenderung belum dapat memenuhi indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis dengan baik secara keseluruhan.

Mahasiswa dengan kemampuan rendah cenderung hanya mampu menyebutkan premis dan konklusi dari pernyataan yang akan diberikan, tetapi tidak mampu mengonstruksi bukti matematis yang tepat meskipun dia dapat menduga konsep yang digunakan dalam konstruksi bukti dari pernyataan yang disajikan. Hal ini berkaitan dengan kesulitan mereka dalam menemukan ide awal untuk mengonstruksi bukti, sedangkan ide awal suatu bukti merupakan bagian penting dalam proses pembuktian yang akan menentukan alur pembuktian yang tepat (Firmasari & Sulaiman, 2019; Mariotti & Pedemonte, 2019; Netti, 2018). Dalam lembar jawaban mahasiswa dengan kemampuan matematis rendah juga terlihat proses pengonstruksian bukti tanpa disertai alasan yang logis karena kurangnya pemahaman konseptual sebagaimana Maarif, dkk. (2020) dan Syamsuri, dkk. (2016) yang menyatakan bahwa kesalahan pembuktian dapat terjadi akibat ketidaklogisan argumentasi yang disusun akibat ketidakpahaman atas teorema atau konsep yang digunakan.

## **KESIMPULAN DAN SARAN**

Mahasiswa dengan kemampuan matematis tinggi dapat memenuhi seluruh indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis dengan baik. Mahasiswa dengan kemampuan matematis sedang dan rendah belum mampu memenuhi indikator kemampuan mengonstruksi bukti matematis secara keseluruhan. Mahasiswa dengan kemampuan matematis sedang mampu menyebutkan semua premis dari pernyataan yang akan dibuktikan, mampu menyebutkan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan, mampu menjelaskan keterkaitan antar premis dari pernyataan yang akan dibuktikan, tetapi cenderung belum mampu menunjukkan suatu *warrant* untuk menjelaskan keterkaitan antara premis dan konklusi, sehingga tidak dapat melanjutkan proses konstruksi pembuktian dengan baik. Sedangkan mahasiswa dengan kemampuan matematis rendah hanya mampu menyebutkan premis dan konklusi dari pernyataan yang akan dibuktikan,

tetapi tidak mampu menjelaskan keterkaitan antar premis dan juga keterkaitan premis dan konklusi dari pernyataan sehingga tidak dapat melanjutkan proses konstruksi pembuktian dengan baik.

Oleh karena itu, dosen diharapkan dapat merancang pembelajaran yang mengasah kemampuan mengonstruksi bukti matematis dengan berfokus pada memperbaiki letak kesulitan mahasiswa sesuai dengan tingkat kemampuan matematis masing-masing. Penelitian ini dapat dijadikan sebagai informasi awal dalam melakukan pengembangan penelitian mengenai pembelajaran yang dapat memfasilitasi mahasiswa untuk mengembangkan kemampuan konstruksi bukti matematis, dan penelitian pengembangan instrumen soal pembuktian untuk mengembangkan kemampuan konstruksi bukti matematis.

#### **DAFTAR PUSTAKA**

- Agustina, L., Rochmad, & Isnarto. (2021). Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis pada Mata Kuliah Pengantar Dasar Matematika. *PRISMA: Proseding Seminar Nasional Matematika*, 4, 262–267. [https://jurnal.untirta.ac.id/index.php/JPPM/article/viewFile/15639/pdf\\_64](https://jurnal.untirta.ac.id/index.php/JPPM/article/viewFile/15639/pdf_64)
- Asyhar, B. (2019). Analisis Kemampuan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian tentang Isomorfisma Grup. *Jurnal Tadris Matematika*, 2(2), 111–126. <https://doi.org/10.21274/jtm.2019.2.2.111-126>
- Azrou, N., & Khelladi, A. (2019). Why do Students Write Poor Proof Texts? A Case Study on Undergraduates' Proof Writing. *Educational Studies in Mathematics*, 102(2), 257–274. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09911-9>
- Bieda, K. N., Ji, X., Drwencke, J., & Picard, A. (2014). Reasoning-and-proving Opportunities in Elementary Mathematics Textbooks. *International Journal of Educational Research*, 64, 71–80. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.06.005>
- Daguplo, M. . (2014). How Well Do You Write Proof? Characterizing Students Proof-Writing Skill Vis-À-Vis Van Hiele'S Model in Geometrical Proving. *Journal of Educational and Human Resource Development (JEHRD)*, 2, 104–114. <https://doi.org/10.61569/esq8as98>
- Dewi, N. S., & Dasari, D. (2023). Systematic Literature Review: Kemampuan Pembuktian Matematis. *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(1), 240–254. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i1.1987>
- Dinata, K. B. (2019). Problematika Membangun Pemahaman Konsep Geometri Transformasi Mahasiswa Pendidikan Matematika di Universitas Muhammadiyah Kotabumi Tahun Akademik 2019/2020. *Jurnal Eksponen*, 9(2), 1–9.
- Firmasari, S., & Sulaiman, H. (2019). Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Induksi Matematika. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 3(1). <https://doi.org/10.31331/medivesveteran.v3i1.642>
- Hanna, G., & Barbeau, E. (2002). What is a Proof? In B. Baigrie (Ed.), *History of*

- Modern Science and Mathematics* (hal. 36–48). New York: Charles Scribner's Sons.
- Hanna, G., de Bruyn, Y., Sidoli, N., & Lomas, D. (2004). Teaching Proof in the Context of Physics. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 36(3), 82–90. <https://doi.org/10.1007/BF02652775>
- Herizal, Suhendra, & Nurlaelah, E. (2020). Pengaruh Kemampuan Memahami Bukti Matematis terhadap Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis pada Topik Trigonometri. *Suska Journal of Mathematics Education*, 6(1), 17–24. <http://ejournal.uin-suska.ac.id/index.php/SJME/article/view/8115>
- Kumanireng, L. B. (2022). Problematika Pembuktian Matematis Mahasiswa pada Geometri Transformasi di Institut Keguruan dan Teknologi Larantuka. *EDUKREASI (Jurnal Penelitian fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan)*, 7(1), 14–22. <https://ojs.iktl.ac.id/index.php/edukreasi/article/view/29>
- Kuusi, T., Mingione, G., & Nyström, K. (2014). Sharp Regularity for Evolutionary Obstacle Problems, Interpolative Geometries and Removable Sets. *Journal des Mathématiques Pures et Appliquées*, 101(2), 119–151. <https://doi.org/10.1016/j.matpur.2013.03.004>
- Lestari, N. A. (2018). Implementasi Pembelajaran Matematika Model PACE untuk Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Mata Kuliah Aljabar Abstrak Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu. *Jurnal Equation: Teori dan Penelitian Pendidikan Matematika*, 1(1), 81–94. <https://ejournal.iainbengkulu.ac.id/index.php/equation/article/view/1350>
- Maarif, S., Wahyudin, Alyani, F., & Pradipta, T. R. (2020). Kemampuan Mengkonstruksi Bukti Geometri Mahasiswa Calon Guru Matematika Pada Perkuliahan Geometri. *Jurnal Elemen*, 6(2), 211–227. <https://doi.org/10.29408/jel.v6i2.2012>
- Maifa, T. S. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Pembuktian Transformasi Geometri. *Jurnal Riset Pendidikan dan Inovasi Pembelajaran Matematika (JRPIPM)*, 3(1), 8–14. <https://doi.org/10.26740/jrpipm.v3n1.p8-14>
- Mariotti, M. A., & Pedemonte, B. (2019). Intuition and Proof in the Solution of Conjecturing Problems'. *ZDM - Mathematics Education*, 51(5), 759–777. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01059-3>
- Mentaruk, N. (2015). Quality Improvement on Transformation Geometry Course Through the Implementation Reciprocal Teaching Model At Mathematics Education Study Program in Christian University of Tentena. *Jurnal Daya Matematis*, 3(2), 179–191. <https://doi.org/10.26858/jds.v3i2.3231>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative Data Analysis A Methods Sourcebook Edition 3* (Nomor 1). Amerika: SAGE Publications Inc.
- Nadlifah, M. (2020). Konstruksi Bukti Matematis Mahasiswa Bergaya Kognitif Reflektif. *Pendekar: Jurnal Pendidikan Berkarakter*, 3(2), 50–53.
- Nadlifah, M., & Prabawanto, S. (2017). Mathematical Proof Construction:

- Students' Ability in Higher Education. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012094>
- Netti, S. (2018). Tahapan Berpikir Mahasiswa dalam Mengonstruksi Bukti Matematis. *Matematika Dan Pembelajaran*, 6(1), 1. <https://doi.org/10.33477/mp.v6i1.437>
- Novyta. (2022). Profil Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Dalam Mata Kuliah Aljabar Abstrak. *THEOREMS (THE jOuRnal of mathEMatics)*, 7(1), 56–64. <https://doi.org/10.36665/theorems.v7i1.604>
- Nurrahmah, A., & Karim, A. (2018). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Matakuliah Teori Bilangan. *Jurnal Edumath*, 4(2), 21–29.
- Perbowo, K. S., & Pradipta, T. R. (2017). Pemetaan Kemampuan Pembuktian Matematis Sebagai Prasyarat Mata Kuliah Analisis Real Mahasiswa Pendidikan Matematika. *KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 81–90. <https://doi.org/10.22236/KALAMATIKA.vol2no1.2017pp81-90>
- Septiati, E., & Sari, E. F. P. (2018). Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas PGRI Palembang. *Prosiding Seminar Nasional dan Lokakarya PISA*, 352–359.
- Setiawan, W., Hartati, S. J., Putri, N. C., & Dewi, R. K. (2022). Analisis Literasi Matematika Mahasiswa Calon Guru Ditinjau Dari Perbedaan Kemampuan Matematika. *JIPMat*, 7(1), 1–10. <https://doi.org/10.26877/jipmat.v7i1.11477>
- Sommerhoff, D., & Ufer, S. (2019). Acceptance Criteria for Validating Mathematical Proofs Used by School Students, University Students, and Mathematicians in the Context of Teaching. *ZDM - Mathematics Education*, 51(5), 717–730. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01039-7>
- Stefanowicz, A. (2014). *Proofs and Mathematical Reasoning*. University of Birmingham: Mathematics Support Centre.
- Sumardyono. (2018). Kemampuan Guru dalam Menyusun Bukti Matematis. *Indonesian Digital Journal of Mathematics and Education*, 5(8), 510–522.
- Sumarmo, U. (2017). *Advanced Mathematical Thinking dan Habit of Mind Mahasiswa*. Bahan Ajar Matakuliah Kajian dan Isu Pendidikan Matematika Pascasarjana UPI dan STKIP Siliwangi Bandung.
- Syamsuri, Purwanto, Subanji, & Irawati, S. (2016). Characterization of Students Formal-proof Construction in Mathematics Learning. *Communications in Science and Technology*, 1(2), 42–50. <https://doi.org/10.21924/cst.1.2.2016.2>
- Weber, K. (2005). Problem-solving, proving, and learning: The relationship between problem-solving processes and learning opportunities in the activity of proof construction. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3–4), 351–360. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.005>