Jurnal Axioma: Jurnal Matematika dan Pembelajaran
Volume 10 No 1 Januari 2025
E ISSN 2615-0697 dan P ISSN 2622-8149
102 – 110

Alternatif Aljabar Untuk Bilangan *Fuzzy* Pentagonal

Algebraic Alternative For Penthagonal Fuzzy Number

Era Napra Tilopa[1], Mashadi[2]
era.napra6953@grad.unri.ac.id

Universitas Riau

Abstrak

Selain bilangan *fuzzy* triangular juga terdapat yang disebut dengan bilangan *fuzzy* pentagonal. Banyak alternatif aljabar bilangan *fuzzy* pentagonal yang ditulis oleh berbagai penulis. Khusus untuk penjumlahan, pengurangan dan perkalian skalar tidak banyak perbedaan. Akan tetapi untuk perkalian, pembagian dan juga invers, banyak sekali alternatif aljabar yang ditawarkan oleh berbagai penulis. Beberapa penulis mendefinisikan bentuk invers bilangan *fuzzy* pentagonal dalam bentuk parametrik. Namun hal tersebut tidak selalu menghasilkan identitas. Hal ini akan berakibat dalam proses penentuan invers dari matrik bilangan fuzzy pentagonal. Makalah ini menawarkan metode alternatif untuk menentukan invers bilangan *fuzzy* pentagonal dalam bentuk parametrik. Hal pertama yang dilakukan mengkontruksi 2 buah titik tengah untuk sembarang bilangan *fuzzy* pentagonal. Titik tengah digunakan untuk mengkontruksi aljabar perkalian, pembagian dan invers sedemikian hingga untuk sembarang bilangan *fuzzy* pentagonal terdapat invers yang tunggal sedemikian hingga menghasilkan invers identitas, begitu juga dengan matriks bilangan *fuzzy* pentagonal menghasilkan invers matriks identitas.
Kata Kunci: Alternatif aljabar, Bilangan fuzzy pentagonal

Abstract

A part of the triangular *fuzzy* numbers, is what we call pentagonal *fuzzy* numbers. Plenty of alternatives for *fuzzy* pentagonal numbers are suggested by some writers. Particularly for scalar summation, subtraction, and multiplication, there is no enormous diversity. However, for multiplication, division, and inverse as well, there are so many algebraic options proposed by various scholars. Some writers defined the form of inverse for pentagonal *fuzzy* numbers in parametric. But it does not always result in identity. Such a thing will also have implications in the process of how to invers the pentagonal *fuzzy* numbers matric. This paper proposes an alternative method to decide the inverse of pentagonal *fuzzy* numbers, in the form of parametric. The first thing to do is to construct two midpoint for any pentagonal *fuzzy*. The midpoint are used to construct the multiplication, division and inverse. Algebraic to any pentagonal *fuzzy* number in any single inverse such that it produces an identity inverse, likewise for a pentagonal *fuzzy* number matrix it produces an identity matrix inverse.
***Keywords**: Algebraic Alternative Fuzzy Number; Inverse Of Penthagonal Fuzzy Number Matric*

Jurnal Axioma: Jurnal Matematika dan Pembelajaran
Volume 10 No 1 Januari 2025
E ISSN 2615-0697 dan P ISSN 2622-8149
102 – 110

PENDAHULUAN

Konsep himpunan *fuzzy* yang telah diperkenalkan diantaranya membahas tentang bilangan *fuzzy* pentagonal (Helen & Uma, 2015),(Panda & Madhumangal, 2016) , (J. Kamble, 2017), (Mondal & Mandal, 2017), (Selvam et al., 2017), (Pathinathan & Santhoshkumar, 2018), (Ramany, 2018), (Uma Maheswari & Ganesan, 2018), (Roseline, 2019), (Vijayalakshmi & Karpagam, 2019),(Arfina & adi, 2020),(Siddi, 2020), (Geetha et al., 2021), (Josephine et al., 2021), (Srinivasan & Karthikeyan, 2021),(Beaula & Saravanan, 2022),(Juman et al., 2022),(Vidhya & Ganesan, 2022), (Biswas et al., 2023). Bilangan *fuzzy* pentagonal ditulis dalam berbagai bentuk bentuk $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ dengan a_3 sebagai titik pusat. Dan (a_1, a_2) adalah titik sisi kiri a_3 dan (a_4, a_5) sisi kanan a_3 (Panda & Madhumangal, 2016), (J. Kamble, 2017), (Mondal & Mandal, 2017), (Siddi, 2020), (Josephine et al., 2021), (Srinivasan & Karthikeyan, 2021), (Juman et al., 2022), (Biswas et al., 2023).

Kemudian (Arfina & adi, 2020) menulis bilangan *fuzzy* pentagonal dalam bentuk $\tilde{u} = (a, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$ dengan a sebagai titik pusat, α adalah jarak sebaran kiri dari titik pusat $(a - \alpha)$ dan β adalah jarak sebaran kiri dari titik $(a - \alpha)$ ke titik $(a - \alpha - \beta)$. Sedangkan (Vidhya & Ganesan, 2022) menulis bilangan fuzzy pentagonal dalam bentuk $\tilde{A} = (m, r_1, r_2, s_1, s_2)$ dengan m titik pusat.

Para penulis juga membahas tentang fungsi keanggotaan dari bilangan *fuzzy* pentagonal, tetapi setiap penulis memaparkan fungsi keanggotaan berbeda-beda. Para penulis juga membahas berbagai bentuk operasi aritmatika seperti aritmatika penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, perkalian, invers dan juga pembagian. Yang mana (Helen & Uma, 2015), (Panda & Madhumangal, 2016), (J. Kamble, 2017), (Mondal & Mandal, 2017), (Selvam et al., 2017), (Pathinathan & Santhoshkumar, 2018), (Ramany, 2018), (Uma Maheswari & Ganesan, 2018), (Roseline, 2019), (Vijayalakshmi & Karpagam, 2019), (Arfina & adi, 2020), (Siddi, 2020), (Geetha et al., 2021), (Josephine et al., 2021), (Srinivasan & Karthikeyan, 2021),(Beaula & Saravanan, 2022), (Juman et al., 2022), (Vidhya & Ganesan, 2022), (Biswas et al., 2023) mendefinisikan aritmatika penjumlahan dengan menjumlahkan unsur yang seletak, untuk aritmatika pengurangan (Panda & Madhumangal, 2016), (J. Kamble, 2017), (Siddi,2020) , (Beaula & Saravanan, 2022), (Biswas et al., 2023) mendefinisikan aritmatika pengurangan dengan mengurangkan unsur yang seletak. Dan untuk perkalian skalar penulis dalam (Helen & Uma, 2015), (Panda & Madhumangal, 2016), (J. Kamble, 2017), (Mondal & Mandal, 2017), (Selvam et al., 2017), (Pathinathan & Santhoshkumar, 2018), (Ramany, 2018), (Uma Maheswari & Ganesan, 2018), (Roseline, 2019), (Vijayalakshmi & Karpagam, 2019), (Siddi, 2020), (Geetha et al., 2021), (Josephine et al., 2021), (Srinivasan & Karthikeyan, 2021), (Beaula & Saravanan, 2022), (Juman et al., 2022), (Vidhya & Ganesan, 2022), (Biswas et al., 2023) mendefinisikan aritmatika perkalian skalar $k(\tilde{a}) = (ka_1, ka_2, ka_3, ka_4, ka_5)$ untuk $k \geq 0$ dan $k(\tilde{a}) = (ka_5, ka_4, ka_3, ka_2, ka_1)$ untuk $k \leq 0$. Sedangkan Arfina (2020, pp. 28-36) mendefinisikan aritmatika perkalian skalar $\lambda(\tilde{a}) = (\lambda a, \lambda\alpha, \lambda\beta, \lambda\gamma, \lambda\delta)$ untuk $\lambda \geq 0$ dan $\lambda(\tilde{a}) = (\lambda a, -\lambda\alpha, -\lambda\beta, -\lambda\gamma, -\lambda\delta)$ untuk $\lambda \leq 0$.

Terlihat bahwa untuk aritmatika penjumlahan, pengurangan maupun perkalian skalar tidak terlalu banyak perbedaan. Akan tetapi untuk arimatika perkalian, pembagian dan juga invers, banyak sekali alternatif arimatika yang ditawarkan oleh berbagai penulis. Diantaranya mendefinisikan aritmatika perkalian dengan mengalikan unsur yang seletak. Sedangkan dalam (Arfina & adi, 2020) mendefinisikan aritmatika perkalian dengan unsur yang seletak dan membagi empat bagian, yang pertama untuk $\tilde{u}$ positif dan $\tilde{v}$ positif, untuk $\tilde{u}$ positif dan $\tilde{v}$ negatif, untuk $\tilde{u}$ negatif dan $\tilde{v}$ negatif, begitu juga untuk $\tilde{u}$ negatif dan $\tilde{v}$ positif. Sedangkan (Vidhya & Ganesan, 2022) mendefinisikan aritmatika perkalian dengan menggunakan nilai maksimum.

Penulis lainnya (Ramany, 2018), (Uma Maheswari & Ganesan, 2018) dan (Juman et al., 2022) mendefinisikan aritmatika perkalian dengan menggunakan nilai titik tengah, yang mana nilai titik tengahnya menjumlahkan semua unsur bilangan *fuzzy* pentagonal lalu dibagi lima. Untuk aritmatika pembagian (Pathinathan & Santhoshkumar, 2018) dan (Siddi, 2020) mendefinisikan aritmatika pembagian dengan membagikan unsur balikannya.

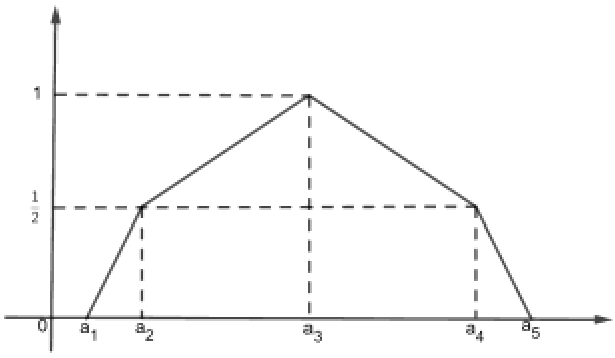
Aritmatika yang cukup berbeda diberikan dalam (Vidhya & Ganesan, 2022) yang mendefinisikan aritmatika pembagian dengan menggunakan nilai maksimum. Sedangkan (Pathinathan & Santhoshkumar, 2018), (Ramany, 2018), (Uma Maheswari & Ganesan, 2018) dan (Juman et al., 2022) mendefinisikan aritmatika pembagian menggunakan nilai titik tengah, dengan menjumlahkan semua unsur bilangan *fuzzy* pentagonal lalu dibagi lima.

Dari banyaknya alternatif aritmatika yang diberikan oleh berbagai penulis di atas, akan tetapi tidak selalu menghasilkan $(\tilde{a}) \otimes (\tilde{a})^{-1} = (\tilde{\imath})$. Hal ini akan berakibat juga dalam proses penentuan invers dari matrik bilangan *fuzzy* pentagonal. Pada tulisan ini penulis menawarkan metode alternatif untuk aritmatika perkalian, pembagian dan juga invers untuk sembarang bilangan *fuzzy* pentagonal. Yang mana manfaat dari alternatif aritmatika perkalian, pembagian serta invers untuk menjamin sembarang bilangan *fuzzy* pentagonal $(\tilde{a})$ terdapat dengan Tunggal $(\tilde{a})^{-1} = \frac{1}{(\tilde{a})}$ sedemikian hingga menghasilkan $(\tilde{a}) \otimes (\tilde{a})^{-1} = (\tilde{\imath})$. Selanjutnya aritmatika yang dikontruksi juga digunakan untuk menentukan invers dari matriks *fuzzy* pentagonal menggunakan modifikasi operasi baris elementer, sehingga menghasilkan $(\tilde{A}) \otimes (\tilde{A})^{-1} = (\tilde{I})$.

METODE

Berkembangnya ilmu pengetahuan banyak penulis membahas dan mengembangkan aljabar bilangan *fuzzy* dan *fuzzy* pentagonal. Berikut ini akan disajikan beberapa defenisi bilangan *fuzzy* dan *fuzzy* pentagonal yang diberikan dalam (Panda & Madhumangal, 2016), (J. Kamble, 2017) dan (Safitri & Mashadi, 2019):

Definisi 1 Himpunan *Fuzzy*. Himpunan *fuzzy* dikarakteristikkan oleh anggota fungsi, mengambil nilai dari domain, ruang atau semesta yang dipetakan kedalam interval [0,1]. Himpunan fuzzy A pada himpunan semesta X sebagai $A = (x, \mu(x); x \in X)$. Disini, $\mu_A(x)$ adalah nilai dari $x \in X$ pada himpunan *fuzzy* A. Suatu bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ dengan a_1, a_2, a_3, a_4 dan a_5 adalah bilangan real dan $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5$. Dapat diilustrasikan seperti Gambar 1 sebagai berikut:



Gambar 1. Bilangan *Fuzzy* Pentagonal $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$

Sifat bilangan *fuzzy* $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ diberikan pada Definisi 2 berikut:

Definisi 2 Sebuah bilangan *fuzzy* $\tilde{u}: \mathbb{R} \to [0,1]$ dengan $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ memenuhi sifat-sifat berikut:

a. $\tilde{a}(x)$ adalah semi kontinu atas
b. $\tilde{a}(x)$ di luar interval $[a_1, a_5]$
c. Terdapat bilangan real x dalam interval $[a_1, a_5]$ sedemikian hingga
   i. $\tilde{a}(x)$ monoton naik dalam interval $[a_1, a_2]$ dan $[a_2, a_3]$
   ii. $\tilde{a}(x)$ monoton turun dalam interval $[a_3, a_4]$ dan $[a_4, a_5]$
d. $\tilde{a}(x) = 1$ untuk $x = a_3$

Sedangkan fungsi keanggotaan dari bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ diberikan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{a}}(x) \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ \dfrac{(x - a_1)}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \dfrac{x - a_2}{a_3 - a_2} & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 1 & x = a_3 \\ \dfrac{a_4 - x}{a_4 - a_3} & a_3 \leq x \leq a_4 \\ \dfrac{a_5 - x}{a_5 - a_4} & a_5 \leq x \leq a_4 \\ 0 & a_5 \leq x \end{cases}$$

Jurnal Axioma: Jurnal Matematika dan Pembelajaran
Volume 10 No 1 Januari 2025
E ISSN 2615-0697 dan P ISSN 2622-8149
102 – 110

Matriks *fuzzy* adalah matriks yang entri-entrinya merupakan anggota dari interval tutup [0,1]. Matriks *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai $\tilde{A}$ dan entri-entri matriks *fuzzy* dapat dinyatakan $\tilde{a}_{ij}$. Definisi dari matriks *fuzzy* pentagonal di paparkan dalam (Farahani et al., 2020) sebagai berikut:

Definisi 3 (Identitas Murni Matriks *Fuzzy Pentagonal*) Sebuah matriks *fuzzy* pentagonal dikatakan sebagai matriks *fuzzy* pentagonal unit nol jika entrinya berbentuk $\tilde{a}_{ii} = (1,1,1,1,1)$ dan $\tilde{a}_{ij} = (0,0,0,0,0)$, $i \neq j$ untuk semua i, j.

Untuk mencapai tujuan penelitian ini, Langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut:

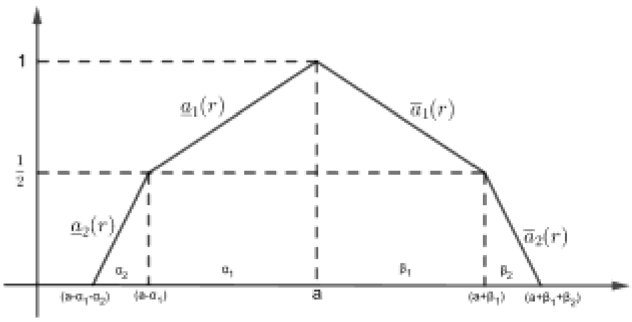
1. Bilangan *fuzzy* pentagonal yang digunakan dalam makalah ini adalah $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$, yang mana sebarang bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ ke dalam bentuk parametrik yang dinotasikan dengan $\tilde{a}_{pent}(r) = \left[\underline{a}_2(r), \underline{a}_1(r), \overline{a}_1(r), \overline{a}_2(r)\right]$, yang mana unsur-unsurnya sebagai berikut:
   $$\underline{a}_2(r) = a - (1-2r)\alpha_2 - \alpha_1$$
   $$\underline{a}_1(r) = a - (1-r)2\alpha_1$$
   $$\overline{a}_1 = a + (1-r)2\beta_1$$
   $$\overline{a}_2(r) = a + (1-2r)\beta_2 + \beta_1$$
2. Mengkontruksi 2 buah titik tengah yaitu $m_1(\tilde{a}_{pent})$ dan $m_2(\tilde{a}_{pent})$ untuk sembarang bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ atau dalam bentuk parametrik $\tilde{a}_{pent}(r) = \left[\underline{a}_2(r), \underline{a}_1(r), \overline{a}_1(r), \overline{a}_2(r)\right]$. Dengan $m_1(\tilde{a}_{pent}) = \frac{\underline{a}_1(1)+\overline{a}_1(1)}{2}$ dan $m_2(\tilde{a}_{pent}) = \frac{\underline{a}_2\left(\frac{1}{2}\right)+\overline{a}_2\left(\frac{1}{2}\right)}{2}$.
3. Nilai tengah yang dikontruksi digunakan untuk alternatif aritmatika perkalian, pembagian dan juga invers, sehingga untuk sembarang bilangan *fuzzy* pentagonal $(\tilde{a}_{pent})$ terdapat dengan Tunggal $(\tilde{a}_{pent})^{-1} = \frac{1}{(\tilde{a}_{pent})}$ sedemikian hingga menghasilkan $(\tilde{a}_{pent}) \otimes (\tilde{a}_{pent})^{-1} = (\tilde{\imath}_{pent})$.
4. Aritmatika yang telah diperoleh digunakan untuk menentukan invers dari matriks *fuzzy* pentagonal menggunakan modifikasi operasi baris elementer, sehingga menghasilkan $(\tilde{A}_{pent}) \otimes (\tilde{A}_{pent})^{-1} = (\tilde{A}_{pent})$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bentuk bilangan *fuzzy* yang digunakan dalam makalah ini adalah $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ dengan a adalah titik pusat, α_1 adalah jarak penyebaran ke kiri dari titik pusat a ke titik $(a - \alpha_1)$ dan α_2 adalah jarak penyebaran ke kiri dari titik $(a - \alpha_1)$ ke titik $(a - \alpha_1 - \alpha_2)$. Selanjutnya, β_1 adalah jarak penyebaran kanan dari titik pusat a ke titik $(a + \beta_1)$ dan β_2 adalah jarak penyebaran kanan dari pusat $(a + \beta_1)$ ke titik $(a + \beta_1 + \beta_2)$. Bilangan *fuzzy*

Jurnal Axioma: Jurnal Matematika dan Pembelajaran
Volume 10 No 1 Januari 2025
E ISSN 2615-0697 dan P ISSN 2622-8149
102 – 110

pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ dapat diilustrasikan seperti Gambar 2 sebagai berikut:



Gambar 2. Bilangan *Fuzzy* Pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$

Berdasarkan Gambar 2 bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$, terdapat sifat-sifat bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$, yang diberikan pada Definisi 4 sebagai berikut:

Definisi 4 Sebuah bilangan *fuzzy* $\tilde{a}: \mathbb{R} \to [0,1]$ dengan $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ memenuhi sifat-sifat berikut:

a. $\tilde{a}_{pent}(x)$ adalah semi kontinu atas
b. $\tilde{a}_{pent}(x) = 0$ diluar interval $[a - \alpha_1 - \alpha_2, a + \beta_1 + \beta_2]$
c. Terdapat sebuah bilangan real x dalam interval $[a - \alpha_1 - \alpha_2, a + \beta_1 + \beta_2]$sedemikian sehingga
   i. $\tilde{a}(x)$ monoton naik dalam interval $[a - \alpha_1 - \alpha_2, a + \beta_1 + \beta_2]$ dan $[a - \alpha_1, a]$
   ii. $\tilde{a}(x)$ monoton turun $[a, a + \beta_1]$ dan $[a + \beta_1, a + \beta_1 + \beta_2]$
d. $\tilde{a}_{pent}(x) = 1$ untuk $x = a$

Sedangkan fungsi keanggotaan dari bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{a}_{pent}}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{(x - a + \alpha_1)}{\alpha_2}\right); & a - \alpha_1 - \beta_1 \le x \le a - \alpha_1 \\ 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{(x - a)}{\alpha_1}\right); & a - \alpha_1 \le x \le a \\ 1\,; & x = a \\ 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{(x - a)}{\beta_1}\right); & a \le x \le a + \beta_1 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{(x - a + \beta_1)}{\alpha_1}\right); & a + \beta_1 \le x \le a + \beta_1 + \alpha_1 \\ 0; & lainnya \end{cases}$$

Adapun aritmatika untuk penjumlahan, pengurangan dan perkalian skalar didefenisikan sebagai berikut :

Definisi 5 Dua bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ dan $\tilde{b}_{pent} = (b, \gamma_1, \gamma_2, \delta_1, \delta_2)$ yang dalam bentuk parametrik dinotasikan dengan $\tilde{a}_{pent}(r) = [\underline{a}_2(r), \underline{a}_1(r), \overline{a}_1(r), \overline{a}_2(r)]$ dan $\tilde{b}_{pent}(r) = [\underline{b}_2(r), \underline{b}_1(r), \overline{b}_1(r), \overline{b}_2(r)]$, dan skalar $k \in R$ di defenisikan sebagai berikut:

a. $\tilde{a}_{pent}(r) \oplus \tilde{b}_{pent}(r) = [\underline{a}_2(r) + \underline{b}_2(r), \underline{a}_1(r) + \underline{b}_1(r), \overline{a}_1(r) + \overline{b}_1(r), \overline{a}_2(r) + \overline{b}_2(r)]$

b. $\tilde{a}_{pent}(r) \ominus \tilde{b}_{pent}(r) = [\underline{a}_2(r) - \underline{b}_2(r), \underline{a}_1(r) - \underline{b}_1(r), \overline{a}_1(r) - \overline{b}_1(r), \overline{a}_2(r) - \overline{b}_2(r)]$

c. $k\tilde{a}_{pent}(r) = \begin{cases} [k\underline{a}_2(r), k\underline{a}_1(r), k\overline{a}_1(r), k\overline{a}_2(r)], jika\ k \geq 0 \\ [k\overline{a}_2(r), k\overline{a}_1(r), k\underline{a}_1(r), k\underline{a}_2(r)], jika\ k \leq 0 \end{cases}$

Untuk aritmatika perkalian, pembagian dan invers, terlebih dahulu didefinisikan dua buah titik tengah, yaitu sebagai berikut :

Definisi 6 Sembarang bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ yang dalam bentuk parametrik dinotasikan dengan $\tilde{a}(r) = [\underline{a}_2(r), \underline{a}_1(r), \overline{a}_1(r), \overline{a}_2(r)]$ didefinisikan dua buah titik tengah yaitu sebagai berikut:

$$m_1(\tilde{a}_{pent}) = \frac{\underline{a}_1(1)+\overline{a}_1(1)}{2} \text{ dan } m_2(\tilde{a}_{pent}) = \frac{\underline{a}_2\left(\frac{1}{2}\right)+\overline{a}_2\left(\frac{1}{2}\right)}{2}$$

Kemudian dari pengkontruksian dua buah titik tengah tersebut didefinisikan bentuk perkalian seperti pada Definisi 7 berikut ini:

Definisi 7 Dua bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ dan $\tilde{b}_{pent} = (b, \gamma_1, \gamma_2, \delta_1, \delta_2)$ yang dalam bentuk parametrik dinotasikan dengan $\tilde{a}_{pent}(r) = [\underline{a}_2(r), \underline{a}_1(r), \overline{a}_1(r), \overline{a}_2(r)]$ dan $\tilde{b}_{pent}(r) = [\underline{b}_2(r), \underline{b}_1(r), \overline{b}_1(r), \overline{b}_2(r)]$ di definisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{pent}(r) \otimes \tilde{b}_{pent}(r) &= (\underline{a}_2(r), \underline{a}_1(r), \overline{a}_1(r), \overline{a}_2(r)) \otimes (\underline{b}_2(r), \underline{b}_1(r), \overline{b}_1(r), \overline{b}_2(r)) \\ &= [\underline{a}_2(r)m_2(\tilde{b}_{pent}) + \underline{b}_2(r)m_2(\tilde{a}_{pent}) - m_2(\tilde{a}_{pent})m_2(\tilde{b}_{pent}), \\ &\quad \underline{a}_1(r)m_1(\tilde{b}_{pent}) + \underline{b}_1(r)m_1(\tilde{a}_{pent}) - m_1(\tilde{a}_{pent})m_1(\tilde{b}_{pent}), \\ &\quad \overline{a}_1(r)m_1(\tilde{b}_{pent}) + \overline{b}_1(r)m_1(\tilde{a}_{pent}) - m_1(\tilde{a}_{pent})m_1(\tilde{b}_{pent}), \\ &\quad \overline{a}_2(r)m_2(\tilde{b}_{pent}) + \overline{b}_2(r)m_2(\tilde{a}_{pent}) - m_2(\tilde{a}_{pent})m_2(\tilde{b}_{pent})] \end{aligned}$$

Selanjutnya dengan menggunakan konsep titik tengah tersebut serta berdasarkan Definisi 7 dapat dikontruksi invers untuk sembarang bilangan *fuzzy* pentagonal dalam bentuk parametrik yaitu seperti teorema berikut ini:

Teorema 1. Sebarang bilangan *fuzzy* pentagonal, $\tilde{a}_{pent}(r) = [\underline{a}_2(r), \underline{a}_1(r), \overline{a}_1(r), \overline{a}_2(r)]$ Dimana $m_1(\tilde{a}_{pent}) \neq 0$ dan $m_2(\tilde{a}_{pent}) \neq 0$ terdapat

$$\tilde{x}_{pent}(r) = \frac{1}{\tilde{a}_{pent}(r)} =$$

$$\left[\frac{2m_2(\tilde{a}_{pent}) - \underline{a}_2(r)}{\left(m_2(\tilde{a}_{pent})\right)^2}, \frac{2m_1(\tilde{a}_{pent}) - \underline{a}_1(r)}{\left(m_1(\tilde{a}_{pent})\right)^2}, \frac{2m_1(\tilde{a}_{pent}) - \overline{a}_1(r)}{\left(m_1(\tilde{a}_{pent})\right)^2}, \frac{2m_2(\tilde{a}_{pent}) - \overline{a}_2(r)}{\left(m_2(\tilde{a}_{pent})\right)^2}\right]$$

Jurnal Axioma: Jurnal Matematika dan Pembelajaran
Volume 10 No 1 Januari 2025
E ISSN 2615-0697 dan P ISSN 2622-8149
102 – 110

Bukti: Misalkan $\tilde{a}_{pent}(r) = \left(\underline{x}_2(r), \underline{x}_1(r), \overline{x}_1(r), \overline{x}_2(r)\right)$

Sehingga $\left(\tilde{a}_{pent}(r)\right)^{-1} = \frac{1}{\tilde{a}_{pent}(r)} = \tilde{x}(r)$, dan $\tilde{\imath}_{pent}(r) = [1,1,1,1]$ sehingga $m_1\left(\tilde{x}_{pent}\right) = \frac{1}{m_1\left(\tilde{a}_{pent}\right)} = \frac{1}{a}$ dan $m_2\left(\tilde{x}_{pent}\right) = \frac{1}{m_2\left(\tilde{a}_{pent}\right)} = \frac{1}{a}$

Maka berlaku:

$$\begin{aligned}
\tilde{a}_{pent}(r) \otimes \tilde{x}_{pent}(r) = {} & \big[\underline{a}_2(r) m_2\left(\tilde{x}_{pent}\right) + \underline{x}_2(r) m_2\left(\tilde{a}_{pent}\right) - m_2\left(\tilde{a}_{pent}\right) m_2\left(\tilde{x}_{pent}\right), \\
& \underline{a}_1(r) m_1\left(\tilde{x}_{pent}\right) + x_1(r) m_1\left(\tilde{a}_{pent}\right)\, m_1\left(\tilde{a}_{pent}\right) m_1\left(\tilde{x}_{pent}\right), \\
& \overline{a}_1(r) m_1\left(\tilde{x}_{pent}\right) + \overline{x}_1(r) m_1\left(\tilde{x}_{pent}\right) - m_1\left(\tilde{a}_{pent}\right) m_1\left(\tilde{x}_{pent}\right) \\
& \overline{a}_2(r) m_2\left(\tilde{x}_{pent}\right) + \overline{x}_2(r) m_2\left(\tilde{a}_{pent}\right) - m_2\left(\tilde{a}_{pent}\right) m_2\left(\tilde{x}_{pent}\right)\big] \\
= {} & \Big[a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \cdot a - a \cdot \frac{1}{a}, a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \cdot a - a \cdot \frac{1}{a}, a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \cdot a - a \cdot \frac{1}{a}, a \cdot \\
& \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \cdot a - a \cdot \frac{1}{a}\Big] \\
= {} & [1,1,1,1]
\end{aligned}$$

Contoh 1: Berikut ini diberikan beberapa contoh perhitungan invers bilangan fuzzy pentagonal untuk berbagai kasus yang dilengkapi proses perkaliannya dan proses pembuktiannya yang menghasilkan identitas.

Tabel 1. Contoh Invers Untuk Sebarang Bilangan *Fuzzy* Pentagonal

$\tilde{a}_{pent}$	$\tilde{a}_{pent}(r)$	$\tilde{a}_{pent}(r) = \frac{1}{\tilde{a}_{pent}(r)}$	$\tilde{a}_{pent}(r) \otimes \frac{1}{\tilde{a}_{pent}(r)}$
$[-4,3,1,3,1]$	$[2r-8, 6r-10, 2-6r, -2r]$	$\left[\frac{-2r}{16}, \frac{2-6r}{16}, \frac{6r-10}{16}, \frac{2r-8}{16}\right]$	$[1,1,1,1]$
$[2,1,2,1,2]$	$[4r-1, 2r, 4-2r, 5-4r]$	$\left[\frac{5-4r}{4}, \frac{4-2r}{4}, \frac{2r}{4}, \frac{4r-1}{4}\right]$	$[1,1,1,1]$
$[-2,1,1,1,1]$	$[-4+2r, -4+2r, -2, -2r]$	$\left[\frac{-2r}{4}, \frac{-2r}{4}, \frac{-4+2r}{4}, \frac{-4+2r}{4}\right]$	$[1,1,1,1]$
$[1,2,2,2,2]$	$[4r-3, 4r-3, 5-4r, 5-4r]$	$[5-4r, 5-4r, 4r-3, 4r-3]$	$[1,1,1,1]$

Berdasarkan teorema 1, maka dapat diturunkan aritmatika untuk pembagian seperti teorema berikut ini :

Colorally 1

Sebarang bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a}_{pent}(r) = \left[\underline{a}_2(r), \underline{a}_1(r), \overline{a}_1(r), \overline{a}_2(r)\right]$ dan $\tilde{b}_{pent}(r) = \left[\underline{b}_2(r), \underline{b}_1(r), \overline{b}_1(r), \overline{b}_2(r)\right]$.

Maka berlaku :

$$\frac{\tilde{a}_{pent}(r)}{\tilde{b}_{pent}(r)} = \left[\frac{\underline{a}_2(r) m_2(\tilde{b}_{pent}) - \underline{b}_2(r) m_2(\tilde{a}_{pent}) + m_2(\tilde{a}_{pent}) m_2(\tilde{b}_{pent})}{\left(m_2(\tilde{b}_{pent})\right)^2}, \frac{\underline{a}_1(r) m_1(\tilde{b}_{pent}) - \underline{b}_1(r) m_1(\tilde{a}_{pent}) + m_1(\tilde{a}_{pent}) m_1(\tilde{b}_{pent})}{\left(m_1(\tilde{b}_{pent})\right)^2},\right.$$

$$\left.\frac{\overline{a}_1(r) m_1(\tilde{b}_{pent}) - \overline{b}_1(r) m_1(\tilde{a}_{pent}) + m_1(\tilde{a}_{pent}) m_1(\tilde{b}_{pent})}{\left(m_1(\tilde{b}_{pent})\right)^2}, \frac{\overline{a}_2(r) m_2(\tilde{b}_{pent}) - \overline{b}_2(r) m_2(\tilde{a}_{pent}) + m_2(\tilde{a}_{pent}) m_2(\tilde{b}_{pent})}{\left(m_2(\tilde{b}_{pent})\right)^2}\right]$$

KESIMPULAN DAN SARAN

Sebarang bilangan *fuzzy* pentagonal $\tilde{a}_{pent} = (a, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$ dan $\tilde{b}_{pent} = (b, \gamma_1, \gamma_2, \delta_1, \delta_2)$ yang diubah ke dalam bentuk parametrik dinotasikan dengan $\tilde{a}_{pent}(r) = \left[\underline{a}_2(r), \underline{a}_1(r), \overline{a}_1(r), \overline{a}_2(r)\right]$, $\tilde{b}_{pent}(r) = \left[\underline{b}_2(r), \underline{b}_1(r), \overline{b}_1(r), \overline{b}_2(r)\right]$.

Jurnal Axioma: Jurnal Matematika dan Pembelajaran
Volume 10 No 1 Januari 2025
E ISSN 2615-0697 dan P ISSN 2622-8149
102 – 110

Alternatif yang ditawarkan penulis ada alternatif perkalian, invers dan juga pembagian. Pada alternatif perkalian yang ditawarkan disajikan pada Defenisi 12, dengan menggunakan alternatif perkalian diperoleh alternatif invers yang disajikan pada Teorema 1 dan Corolarry 1 untuk alternatif pembagian. Dengan alternatif yang ditawarkan menghasilkan dengan Tunggal $\left(\tilde{a}_{pent}\right)^{-1}$ sedemikan hingga menghasilkan $\left(\tilde{a}_{pent}\right) \times \left(\tilde{a}_{pent}\right)^{-1} = \left(\tilde{\imath}_{pent}\right)$ dan $\left(\tilde{A}_{pent}\right) \times \left(\tilde{A}_{pent}\right)^{-1} = \left(\tilde{I}_{pent}\right)$.

DAFTAR PUSTAKA

A. Panda., & M. Pal. (2016). A Study On Pentagonal Fuzzy And its Coresponding Matrices. *Pasific Sciences Review B: Humanities and Social Sciences,* 1, 131-139.

Arfina, I., & Adi, M. (2020). Alternative Aritmetic of Pentagonal Fuzzy Numbers. *International Journal of Mathematics Trends nad Technologi,* 66(12), 28-36.

Biswas, G., Garai, T., & Santra, U (2023). A Possibility Based Multi Criteria Decision Making Approach for Artificial Recharge Structure Selection Using Pentagonal Fuzzy Numbers. *Decision Analytics Journal,* 9(11), 100-365.

Beula, T., & Saravanan, S. (2022). Analysis of Fully Critical Path in Project Network with a New Representation of Pentagonal Fuzzy Numbers. *Mathematical Statistician and Engineering Applications,* 71(4), 2383-2397.

Srinivasan, R., & Karthikeyan, N. (2021). A Proposed Method to Solve Transportation Problem by Generalized Pentagonal and Hexagonal Fuzzy Numbers. *International Journal of Aquatic Science,* 12(2), 1499-1509.

Siddi, S. & Raghunatha, R. (2020). Solving Fuzzy LPP for Pentagonal Fuzzy Number. *Mukt Shabd Journal,* 9(5), 2674-2679.

J. Kamble, A. (2017). Some Notes on Pentagonal Fuzzy Numbers. *International Journal of Fuzzy Mathematical Archive,* 13(2), 113-121.

Juman, Z. A. M. S., Mostafa, S. A., Batuwita, A. P., Alarjani, A., Uddin, M. S., Jaber, M. M., Alam, T., & Attia, E. A. (2022). Close Interval Approximation of Pentagonal Fuzzy Numbers for Interval Data-Based Transportation Problems. *Sustainability,* 14(12), 1-18.

L. A. Zadeh. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control.* 8, 338-353.

L. A. Zadeh. (1975). The Concept of Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I. *Information Science,* 8, 199-249.

Josephine, F. S., Saranya, A., & Nishandhi, I. F. (2021). Optimization of Fuzzy Integrated Inventory Model Using Triangular and Pentagonal Fuzzy Number. *Nat. Volatiles Essent,* 8(4), 16640-16651.

Mondal, S. P., & Mandal, M. (2017). Pentagonal Fuzzy Number its Properties and Applications in Fuzzy Equation. *Future Computing and Informatics Journal,* 2(2), 110-117.

Pathinathan, T., & Santhoshkumar, S. (2018). Type-2 Pentagonal Fuzzy Numbers and its Applications to get Equivalent Proverbs in Two Different Languages. *International Journal of Engineering Technology,* 7(233), 926-933.

P. Selvam, A. Rajukumarand J. S. Easwari. (2017). Rangking of Pentagonal Fuzzy Numbers Applying Incenter of Centroid. *International Journal of Pure and Aplied Mathematics,* 117(13), 165-174.

Ramany, K. (2018). Constant of Pentagonal Fuzzy Number Matrices. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,* 9(1), 543-549.

Roseline, S. S. (2019). New Approach to Solve Fuzzy Transportation Problem With Lr Flat Fuzzy Numbers. *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis,* 11(1), 1-12.

R. Helen & G. Uma, A. (2015). Operations and Rangking on Pentagonal Fuzzy Numbers. *International Journal of Mathematical Science and Applications,* 5(2), 341-346.

S. S. Geethaand & K. Selvakumasari. (2021). A New Method for Solving Fuzzy Transportation Problem Using Pentagonal Fuzzy Numbers. *Journal of Critical Review,* 7, 171-174.

T. Pathinthan & K. Ponnivalavans. (2018). Pentagonal Fuzzy Number. *International Journal of Computing Algorithm,* 3, 1003-1005.

Uma Maheswari, P., & Ganesan, K. (2018). Solving Fully Transportation Problem Using Pentagonal Fuzzy Numbers. *International Journal of Computing Algorithm:Conference Series,* 1(1), 1-8.

Vidya, V., & Ganesan, K. (2022). A New Ranking Approach for Solving Fuzzy Transportation Problem with Pentagonal Fuzzy Number. *Mathematics and Statistics,* 10(4), 816-824.

V. Vijayalakshmi & A. Karpagam. (2019). Pentagonal Fuzzy Number. *International Journal of Mathematics Research,* 11, 19-28.

D. Shang, J. Li, & X. Guo. (2017). Solving Fuzzy Linear Systems. *International Journal of New Technology and Research,* 3, 53-67.

Y. Safitri & Mashadi. (2019). Alternative Fuzzy Algebra to Solve a Dual Fully Fuzzy Linear System Using ST Decomposition Method. *IOSR Journal of Mathematics,* 15, 32-38.

H. Farahani, M. J. Ebadi, & H. Jaffari. (2020). Finding The Inverse of Fuzzy Matrix Using Eigenvalue Method. *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE),* 9, 3030-3037.