

Prilaku Proses Berpikir Menyelesaikan Geometri Pada Konteks Bahasa: *Verbalization, Self-Explanation, Oral Description*

Behavior of Thinking Process in Solving Geometry in Language Context: Verbalization, Self-Explanation, Oral Description

Lutfiyah^{1*}, Susanto², Abi Suwito³

e-mail : azkalutfimh@gmail.com , Susanto.fkip@unej.ac.id, abi.fkip@unej.ac.id

^{1,2,3}Universitas Jember

ABSTRAK

Penelitian bertujuan mendeskripsikan proses berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan masalah geometri dalam bentuk ekspresi verbal: *verbalization, self-explanation*, dan *oral description*. Data dikumpulkan melalui rekaman video, lembar jawaban, dan catatan proses berpikir saat *think-aloud*. Proses analisis: mereduksi data, menyajikan data, menarik kesimpulan. Hasil penelitian seluruh subjek mampu menampilkan *verbalization* dengan baik melalui kemampuan menuliskan kembali informasi penting dari teks soal dan merepresentasikannya dalam bentuk label dan anotasi pada gambar. Aspek *self-explanation*, semua subjek menunjukkan upaya menjelaskan langkah penyelesaian melalui urutan perhitungan, strategi yang digunakan belum sepenuhnya tepat. Aspek *oral description*, seluruh subjek cukup baik dalam menuliskan informasi dan memberi label geometri, serta sangat kuat dalam menggambar dan merepresentasikan hubungan spasial. Namun, penalaran pada tahap *self-explanation* belum runtut dan masih terdapat ketidaksesuaian antara visualisasi dan perhitungan. Temuan ini menegaskan ekspresi verbal mahasiswa berperan penting dalam mengungkap struktur proses berpikir mereka, terutama dalam konteks masalah geometri memerlukan integrasi antara deskripsi bahasa dan representasi spasial.

Kata kunci: Proses Berpikir, Geometri, *Verbalization, Self-Explanation, Oral Description*.

Abstract

This study aims to describe students' thinking processes in solving geometry problems through verbal expressions: verbalization, self-explanation, and oral description. The participants were three university students who were asked to work on geometry tasks containing linguistic descriptions. Data were collected through video recordings, students' written solutions, and think-aloud notes capturing their thinking processes. Data analysis followed three stages: data reduction, data display, and conclusion drawing. The results show that all participants demonstrated strong verbalization skills by restating key information from the problem text and representing it through labels and annotations in their drawings. In the self-explanation aspect, the three students attempted to justify their solution steps through sequences of calculations, although the strategies they used were not entirely accurate. Regarding oral description, all participants were able to describe the triangle structure, point positions, and altitude lines, yet not all of them could consistently connect these visualizations with correct computational procedures. These findings affirm that students' verbal expressions play an important role in revealing the structure of their thinking processes, especially in geometry problems that require integration between linguistic descriptions and spatial representations.

Keywords: *Thinking Process, Geometry, Verbalization, Self-Explanation, Oral Description.*

PENDAHULUAN

Pembelajaran geometri memiliki peran penting dalam mengembangkan kemampuan pemecahan masalah dan penalaran matematis mahasiswa karena menuntut mereka merepresentasikan hubungan spasial sekaligus menafsirkan informasi verbal dalam soal cerita. (Boaler et al., 2022). Penelitian terkini menunjukkan bahwa keberhasilan pemecahan masalah matematika tidak hanya dipengaruhi oleh kemampuan prosedural, tetapi juga oleh regulasi proses berpikir dan kualitas strategi yang digunakan ketika menghadapi situasi masalah yang menantang (Kusuma et al., 2024). Selain itu, sikap dan keyakinan terhadap matematika, termasuk konsep diri dan kecerdasan emosional, berkontribusi terhadap sikap positif dalam menyelesaikan masalah aljabar dan geometri (Abdullah et al., 2022). Dalam konteks geometri, kemampuan merepresentasikan objek dan hubungan spasial melalui gambar, simbol, dan model matematis menjadi fondasi penting bagi pemecahan masalah tingkat lanjut. Penelitian pada mahasiswa Pendidikan matematika menunjukkan bahwa kesalahan pemecahan masalah geometri sering kali bersumber dari ketidaktepatan dalam membangun dan mengordinasikan representasi visual dan simbolik sejak tahap awal penyelesaian masalah (Irawati & Hilmi, 2023). Visualisasi yang sistematis dapat secara signifikan meningkatkan pemecahan masalah geometri, khususnya bagi peserta didik multibahasa yang perlu mengaitkan representasi verbal dan visual secara simultan (Hlongwana et al., 2025). Sejalan dengan itu, (Kharisudin et al., 2024) menemukan bahwa kemampuan representasi dalam pemodelan matematis berkorelasi dengan kemandirian belajar dan cara siswa membangun skema matematis dari situasi kontekstual. Temuan-temuan ini menegaskan bahwa geometri dan pemodelan menuntut koordinasi erat antara representasi visual, simbolik, dan bahasa alami.

Pendidikan matematika, khususnya dalam domain narasi dan geometri, mengharuskan peserta didik terlibat dalam *verbalization* sebagai langkah awal menuju perumusan representasi kognitif dari teks yang disajikan. Selama fase ini, peserta didik membedakan, mengkategorikan, dan mengatur ulang informasi penting dari masalah matematika, membangun pemahaman dasar tentang kerangka matematika yang mendasarinya. Penelitian empiris menunjukkan bahwa elemen verbal ini sangat penting untuk pemecahan masalah yang berhasil, karena memfasilitasi hubungan antara konstruksi linguistik dan representasi matematika visual (Erath, 2021; Ester et al., 2021). Temuan serupa dilaporkan oleh (Iesyah et al., 2022) yang menunjukkan bahwa kemampuan mahasiswa dalam menggunakan informasi matematis secara verbal berkorelasi dengan ketepatan strategi penyelesaian dan konsistensi Langkah hitung pada soal geometri berbasis teks. Metodologi berpikir keras, seperti TAPPS, telah ditunjukkan untuk meningkatkan kualitas penalaran, karena mereka mempromosikan artikulasi verbal terus-menerus

dari proses berpikir selama keterlibatan dengan masalah matematika (Fadzil et al., 2025). Selanjutnya, diskusi interaktif dan penjelasan lisan telah terbukti meningkatkan kemampuan inferensial matematika (Smit, 2023), sedangkan kaliber data verbal yang dihasilkan secara signifikan dibentuk oleh dukungan pedagogis selama interpretasi teks oleh siswa (del Olmo-Muñoz, 2024). Akibatnya, fase verbalisasi harus diakui tidak hanya sebagai latihan membaca tetapi sebagai mekanisme kognitif penting untuk memahami, bernegosiasi, dan mengatur signifikansi matematika dalam tugas-tugas geometris.

Pada pembelajaran geometri, cara mahasiswa mengungkapkan proses berpikir selain *verbalization* terdapat tahap berikutnya yaitu pemberian umpan balik saat melakukan *self-explanation* terbukti mampu memperbaiki kualitas penalaran dan membentuk model mental yang lebih akurat dalam pembelajaran matematika, sehingga membantu siswa mencapai pemahaman konsep yang lebih mendalam (Nakamoto et al., 2023). *Self-explanation* yang terekam melalui tulisan dan gestur memberikan informasi kaya tentang bagaimana siswa mengintegrasikan informasi verbal dengan representasi visual dalam menyelesaikan tugas matematis (Salle, 2020). Dari sisi karakteristik tugas, (Vessonen et al., 2024) menunjukkan bahwa fitur linguistik dalam soal cerita, seperti struktur skematik, konsistensi leksikal, serta informasi yang tidak relevan, secara signifikan memengaruhi kinerja pemecahan masalah, sehingga memperkuat pentingnya analisis proses berpikir dalam konteks soal berbasis teks. integrasi teknologi dan Bahasa, misalnya melalui *augmented reality* untuk pembelajaran Bahasa, menunjukkan bahwa interaksi multimodal (visual, verbal, dan tindakan) dapat memperkaya cara peserta didik menjelaskan dan merefleksikan proses berpikirnya (Belda-Medina & Calvo-Ferrer, 2022). Analisis jejak proses (process data) dan penjelasan lisan pada tugas pemecahan masalah juga membantu mengungkap strategi yang digunakan siswa ketika berhadapan dengan soal berbasis teks (del Olmo-Muñoz et al., 2023).

Pada ranah geometri, berbagai penelitian memfokuskan diri pada pengembangan media dan pendekatan pembelajaran untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah serta penalaran matematis, misalnya melalui aktivitas pembuktian teorema geometri dan proyek STEAM (Aisyah et al., 2023; Diego-Mantecon et al., 2021). Penggunaan media berbasis *augmented reality* dan pendekatan STEAM terbukti dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah konsep geometri dan keterampilan berpikir visual peserta didik (Elsayed & Al-Najrani, 2021; Nindiasari et al., 2024). Integrasi *augmented reality* dalam topik geometri juga memperkuat keterampilan berpikir komputasional serta memberikan pengalaman belajar yang lebih interaktif (Hanid et al., 2022). Sejumlah tinjauan sistematis menegaskan bahwa pembelajaran matematika berbantuan *augmented reality*

mampu meningkatkan motivasi, keterlibatan, dan variasi strategi pemecahan masalah siswa (del Cerro Velázquez & Morales Méndez, 2021; Jabar et al., 2022). Namun demikian, sebagian besar penelitian tersebut lebih menekankan pada efektivitas model atau media pembelajaran terhadap hasil belajar, kemampuan pemecahan masalah, atau kemampuan berpikir tingkat tinggi, dan belum secara khusus memfokuskan diri pada bagaimana mahasiswa mengungkapkan proses berpikirnya secara verbal ketika menyelesaikan soal geometri tingkat sedang yang kaya deskripsi Bahasa (Arifin, 2020; Bedewy et al., 2022). Padahal, studi tentang *thinking-aloud* dan model *Thinking Aloud Pair Problem Solving* (TAPPS) menunjukkan bahwa meminta siswa menjelaskan secara lisan langkah berpikirnya dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematika sekaligus memberikan data proses yang kaya bagi peneliti (Yohanes et al., 2024). Selain itu, penelitian tentang praktik penalaran dan kolaborasi matematis menyoroti pentingnya diskusi, justifikasi, dan penjelasan dalam kelompok untuk membangun pemahaman yang lebih bermakna (Boaler et al., 2022; Castaño-Calle et al., 2022).

Dalam konteks pembelajaran berbasis bahasa, cara mahasiswa mengungkapkan proses berpikir melalui *verbalization*, *self-explanation*, dan *oral description* berpotensi menjadi jendela untuk mengamati bagaimana mereka membangun dan merevisi pemahamannya terhadap konsep geometri (Nakamoto et al., 2023). Dalam konteks pendidikan geometris, *oral description* merupakan kemampuan siswa secara verbal untuk menjelaskan bentuk, posisi, dan hubungan spasial yang berasal dari gambar atau diagram mereka sendiri; oleh karena itu, fase ini melampaui pembacaan visual belaka dan membangun hubungan antara leksikon matematika dan kerangka konseptual. Kemampuan untuk menggambarkan secara verbal telah dibuktikan sebagai hal penting dalam menumbuhkan penalaran dan pemahaman dalam geometri, seperti yang ditunjukkan oleh penelitian yang menunjukkan bahwa komunikasi lisan terarah meningkatkan kejelasan representasi dan kaliber penalaran matematika (Sumaji et al., 2019; Wulandari et al., 2023). Investigasi terbaru menegaskan bahwa kemahiran untuk mendeskripsikan ulang hubungan visual secara berurutan sangat berkorelasi dengan pemecahan masalah yang berhasil, terutama diantara siswa multibahasa yang harus mensintesis bahasa alami dengan representasi spasial (Hlongwana et al., 2025). Ketika siswa diminta untuk menjelaskan proses menggambarnya, mereka tidak hanya mengungkapkan hasil tetapi juga memvalidasi, mengatur ulang, dan merefleksikan proses kognitif mereka, sehingga membangun hubungan sinergis antara visualisasi dan komunikasi lisan sebagai komponen integral dalam pengembangan penalaran spasial (González González et al., 2023; Hlongwana et al., 2025).

Berdasarkan beberapa penelitian di atas, penelitian ini bertujuan menganalisis secara mendalam bagaimana mahasiswa mengungkapkan proses berpikirnya melalui *verbalization*, *self-explanation*, dan *oral description* ketika menyelesaikan masalah geometri tingkat sedang yang disajikan dalam bentuk deskripsi bahasa. Analisis diarahkan untuk menggambarkan pola pengungkapan proses berpikir, jenis representasi yang digunakan, serta konsistensi antara penjelasan lisan dan strategi tertulis mahasiswa dalam penyelesaian masalah geometri, sehingga diharapkan dapat memberikan kontribusi empiris terhadap pengembangan desain pembelajaran geometri yang lebih berorientasi pada proses dan bahasa.

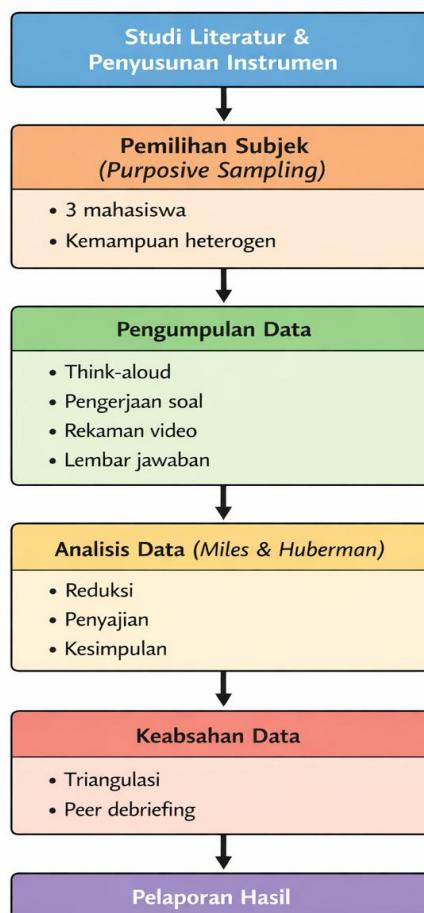
METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif yang bertujuan menggambarkan secara rinci proses berpikir mahasiswa berdasarkan ekspresi verbal yang muncul dalam pengerjaan masalah geometri. Pendekatan ini sejalan dengan rekomendasi penelitian terbaru yang menekankan pentingnya mengungkap data proses dalam pemecahan masalah matematika, terutama melalui *think-aloud* dan analisis penjelasan lisan (del Olmo-Muñoz et al., 2023; Yohanes et al., 2024). Subjek pada penelitian ini terdiri dari tiga mahasiswa, ketiga mahasiswa dipilih menggunakan teknik *purposive sampling*. Kriteria ketiga subjek yang dipilih berdasarkan kemampuan matematika yang heterogen guna memperoleh variasi data proses berpikir, selain hal tersebut mahasiswa yang dipilih memiliki kemampuan berkomunikasi untuk memperoleh data *think aloud*.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari beberapa bagian diantaranya: 1). Soal geometri tingkat sedang yang memuat deskripsi bahasa. 2). Lembar jawaban. 3). Panduan *think-aloud*. 4). Format observasi ekspresi verbal. 5). Media rekaman video. Data yang dikumpulkan pada penelitian ini dengan beberapa cara diantaranya: 1). Rekaman pengerjaan soal (video), untuk menangkap *verbalization*, *self-explanation* dan *oral description*. 2). Lembar jawaban mahasiswa untuk melihat hubungan antara representasi visual dan langkah hitung. 3). Protokol *think-aloud* untuk mengetahui proses berpikir dibalik tindakan subjek penelitian. 4). Wawancara klarifikasi (jika diperlukan).

Analisis data pada penelitian ini menggunakan model Miles & Huberman: 1). Reduksi data: mengode ekspresi verbal menjadi kategori dalam bentuk *verbalization*, *self-explanation*, dan *oral description* pada setiap subjek. 2). Penyajian data: menampilkan pola ekspresi verbal dan uraian naratif. 3). Penarikan kesimpulan: menyimpulkan pola proses berpikir masing-masing subjek dan membandingkannya. Penggunaan analisis ini sejalan dengan pendekatan penelitian proses dalam pembelajaran matematika yang memanfaatkan data verbal dan visual untuk membangun interpretasi

yang komprehensif (Nakamoto et al., 2023). Keabsahan data dijaga melalui triangulasi teknik (video, lembar jawaban, *think-aloud*) dan *peer debriefing*.



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

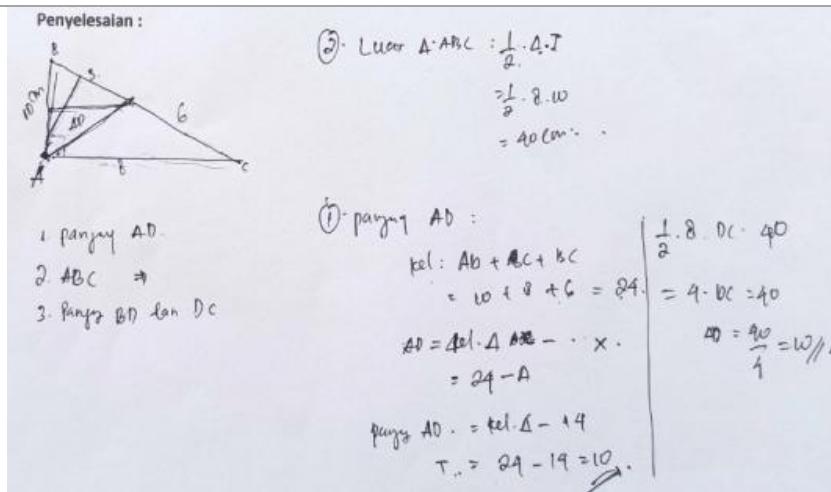
Hasil penelitian ini disajikan berdasarkan tiga bentuk proses berpikir berbasis Bahasa yaitu *verbalization*, *self-explanation*, dan *oral description*, yang diamati dari pekerjaan tiga mahasiswa yang kita sebut subjek 1, subjek 2, subjek 3 dalam menyelesaikan masalah geometri. Penyajian berikut menguraikan capaian tiap subjek secara rinci.

Soal :

Sebuah segitiga ABC memiliki panjang sisi $AB = 10 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$, dan $BC = 6 \text{ cm}$. Dari titik A ditarik garis tinggi AD ke sisi BC. Hitunglah :

1. Panjang AD
2. Luas segitiga ABC
3. Panjang BD dan DC

Gambar 2. Soal Geometri



Gambar 3. Jawaban Subjek 1

Bentuk *Verbalization*

Pada tahap awal penyelesaian masalah, subjek 1 menunjukkan kemampuan *verbalization* yang relatif baik. Subjek mampu menuliskan kembali informasi penting dari deskripsi bahasa pada soal, seperti panjang sisi segitiga, posisi titik-titik, garis tinggi AD, serta komponen perhitungan yang ditanyakan dalam tugas. Subjek juga secara konsisten memberi label pada gambar (misalnya AB, AC, BC, dan AD), sehingga informasi verbal dapat diubah ke dalam bentuk representasi visual. Hal ini menunjukkan bahwa *verbalization* berfungsi sebagai langkah awal dalam mengorganisasi informasi dan membangun pemahaman terhadap struktur masalah. Secara keseluruhan, kemampuan *verbalization* subjek 1 berada pada kategori “baik”, meskipun belum disertai justifikasi yang mendalam terhadap langkah-langkah yang dipilih.

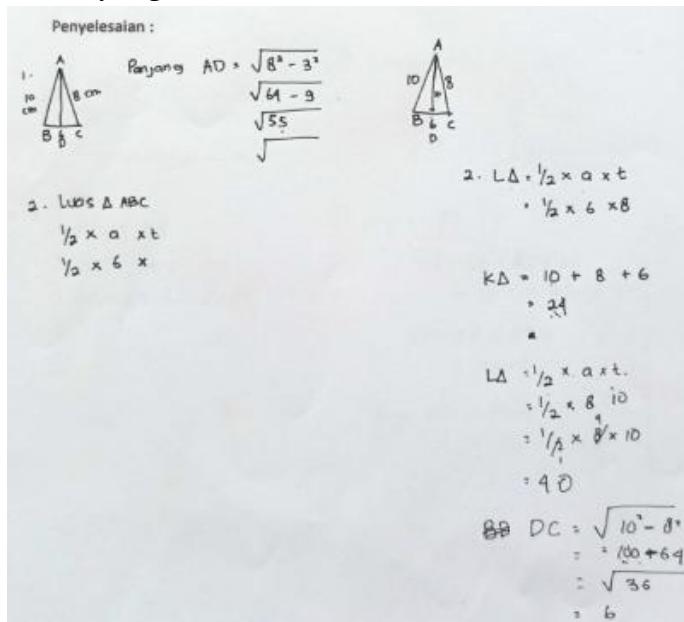
Bentuk *Self-Explanation*

Pada tahap *self-explanation*, subjek 1 menunjukkan upaya untuk menjelaskan langkah-langkah penyelesaian secara mandiri dan berurutan. Ia berusaha menyusun prosedur penyelesaian langkah demi langkah. Namun, strategi yang digunakan keliru, yaitu memakai konsep keliling segitiga untuk mencari tinggi segitiga. Rumus yang dipilih tidak relevan dengan konteks permasalahan, sehingga penalaran dan perhitungan yang dihasilkan menjadi tidak koheren. Dengan demikian, *self-explanation* subjek 1 tampak dari upaya menjelaskan langkah yang diambil, tetapi belum diikuti pemilihan strategi matematis yang tepat.

Bentuk *Oral Description*

Pada aspek *oral description*, subjek 1 menunjukkan kemampuan representasi spasial yang cukup baik. Ia mampu menggambar struktur segitiga dengan tepat, menempatkan titik-titik utama, serta menggambar garis tinggi AD yang tegak lurus pada BC. Gambar yang dihasilkan sederhana namun akurat, sehingga bentuk segitiga dan posisinya dapat dipahami dengan jelas.

Namun, representasi visual ini tidak diikuti oleh perhitungan yang konsisten, sehingga terdapat kesenjangan antara kejelasan gambar dan ketepatan prosedur matematis yang dilakukan.



Gambar 4. Jawaban Subjek 2

Bentuk *Verbalization*

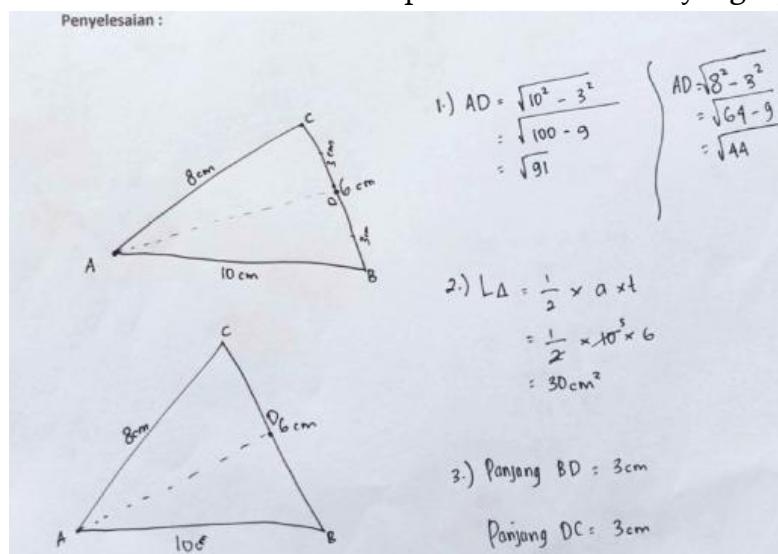
Subjek 2 juga menampilkan kemampuan *verbalization* yang relatif baik pada tahap awal penyelesaian masalah. Subjek mampu menyalin dan menuliskan kembali informasi utama dari teks soal, meliputi panjang sisi segitiga, posisi titik, garis tinggi AD, serta besaran yang harus ditentukan. Pemberian label pada gambar, seperti AB, AC, BC, dan AD, menunjukkan bahwa subjek 2 mampu mentransformasikan informasi verbal menjadi representasi visual. Pola ini mengindikasikan bahwa *verbalization* dimanfaatkan untuk mengorganisasi informasi dan membangun pemahaman awal terhadap struktur geometri. Kemampuan *verbalization* subjek 2 dikategorikan “baik”, namun, sebagaimana subjek 1, belum diikuti dengan justifikasi yang mendalam terhadap langkah penyelesaian yang dipilih.

Bentuk *Self-Explanation*

Self-explanation subjek 2 berada pada kategori “cukup”. Subjek 2 mampu menjelaskan bahwa ia menggunakan teorema Pythagoras dan konsep luas segitiga dalam proses penyelesaian. Namun, urutan logis penyelesaian kurang sistematis. Ia cenderung langsung memasukkan angka tertentu tanpa perhitungan pendukung yang jelas, sehingga alur penjelasannya tampak terputus-putus. Justifikasi matematis yang diberikan masih lemah, karena tidak selalu diiringi alasan mengapa rumus atau nilai tersebut digunakan. Dengan demikian, *self-explanation* memang terlihat, tetapi belum sepenuhnya didukung oleh penalaran yang runtut dan argumentasi matematis yang kuat.

Bentuk *Oral Description*

Subjek 2 juga menunjukkan kemampuan *oral description* yang kuat. Ia mampu menggambar segitiga dengan struktur yang cukup tepat, menempatkan titik-titik serta garis tinggi AD secara benar, dan bahkan menggunakan dua gambar untuk memperjelas pemahamannya. Penggunaan lebih dari satu representasi visual ini menunjukkan upaya untuk melakukan klarifikasi terhadap struktur geometri yang dipahami. Namun, hubungan antar titik yang direpresentasikan pada gambar tidak sepenuhnya selaras dengan hasil perhitungan yang ia lakukan. Akibatnya, muncul ketidaksesuaian antara visualisasi dan prosedur matematis yang dijalankan.



Gambar 5. Jawaban Subjek 3

Bentuk *Verbalization*

Pada subjek 3, kemampuan *verbalization* berada pada kategori “sangat baik”. Subjek 3 tidak hanya menuliskan kembali informasi penting dari deskripsi bahasa, tetapi juga melakukan anotasi secara lengkap pada gambar, termasuk penandaan sisi-sisi segitiga, posisi titik, garis tinggi AD, dan komponen perhitungan yang diminta. Subjek 3 menyusun ulang informasi dengan lebih akurat dan sistematis, sehingga representasi ulang yang dihasilkan membantu memperjelas hubungan antar-sisi dalam segitiga. Ia tidak sekadar menyalin data, tetapi mengorganisasi ulang informasi sehingga struktur dan makna konteks geometri menjadi lebih jelas. *Verbalization* pada subjek 3 menjadi landasan yang kuat dalam memahami masalah, meskipun, seperti subjek lainnya, belum sepenuhnya diikuti oleh strategi penyelesaian yang tepat pada tahap berikutnya.

Bentuk *Self-Explanation*

Subjek 3 menunjukkan *self-explanation* yang lebih runtut dibanding dua subjek lainnya. Ia menyusun langkah perhitungan secara logis dan memasukkan konsep dasar dengan tepat sesuai konteks soal. Penjelasan yang

diberikan menunjukkan bahwa ia memahami alur umum penyelesaian. Namun, subjek 3 melakukan kesalahan ketika mengambil asumsi nilai (misalnya menetapkan $DC = 3$) tanpa didahului perhitungan formal, sehingga terjadi *jumping conclusion*. Artinya, meskipun ia menguasai konsep dasar dan mampu menjelaskan langkah-langkahnya, justifikasi matematis yang mendalam belum sepenuhnya muncul.

Bentuk *Oral Description*

Pada subjek 3, kualitas *oral description* berada pada tingkat tertinggi di antara ketiga subjek. Gambar yang dihasilkan tampak rapi, proporsional, dan memuat informasi visual yang secara langsung mendukung langkah penyelesaian masalah. Ia mampu menempatkan titik-titik, sisi-sisi segitiga, serta garis tinggi AD dengan ketepatan yang baik, sehingga struktur segitiga tergambar jelas. Meskipun demikian, nilai BD dan DC yang ia tuliskan tidak sepenuhnya sesuai dengan visualisasi yang dibuat, sehingga masih terdapat ketidakkonsistenan antara representasi spasial dan perhitungan formal.

Pola Proses Berpikir Subjek

Dari keseluruhan data, pola proses berpikir subjek mengikuti urutan yang konsisten:

1. Tahap awal (*verbalization*): seluruh subjek memulai penyelesaian soal dengan menuliskan ulang data dan memberi label pada gambar. Tahap ini berfungsi sebagai proses mengorganisasi informasi dan membangun struktur masalah dalam pikiran mereka.
2. Tahap pertengahan (*self-explanation*): subjek berupaya menjelaskan langkah-langkah perhitungan, namun tidak selalu tepat. Ketidaktepatan strategi, lompatan logika, dan kurangnya justifikasi matematis membuat proses ini tampak belum stabil.
3. Tahap akhir (*oral description*): subjek mengandalkan gambar sebagai rujukan untuk memahami hubungan antar unsur geometri. Representasi visual kuat, tetapi tidak selalu konsisten dengan hasil perhitungan.

Pola ini menunjukkan bahwa mahasiswa memiliki fondasi awal yang baik dalam memahami struktur masalah, tetapi kesulitan dalam menghubungkan representasi verbal, visual, dan matematis secara konsisten. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan proses berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan masalah geometri memperlihatkan pola kekuatan dan kelemahan yang berbeda pada setiap subjek. Secara umum, ketiga subjek memiliki kemampuan *verbalization* dan *oral description* yang relatif kuat. Kedua aspek ini menjadi fondasi utama yang memungkinkan mereka memahami konteks masalah dan menginternalisasi struktur bangun geometri.

Pada aspek *verbalization*, ketiga subjek mampu mengekstraksi informasi penting dari deskripsi soal. Mereka dapat menuliskan ulang data yang

diberikan, seperti panjang sisi segitiga, posisi titik, serta unsur-unsur yang diminta dalam soal. Kemampuan ini tampak dari cara mereka memberi label pada sisi-sisi segitiga (AB, AC, BC) dan garis tinggi AD. Kemampuan tersebut menunjukkan bahwa mahasiswa dapat mengubah informasi verbal menjadi representasi awal yang bermakna. Subjek 3 menonjol paling kuat karena ia tidak hanya menyalin data, tetapi juga menyusun ulang informasi tersebut secara sistematis dan akurat sehingga membentuk struktur awal yang lebih jelas dibandingkan kedua subjek lainnya.

Pada aspek *oral description*, semua subjek berhasil memvisualisasikan struktur segitiga dengan cukup baik. Mereka mampu menggambar struktur bangun, menempatkan titik-titik secara akurat, dan menggambar garis tinggi AD secara tegak lurus pada BC. Visualisasi subjek 3 tampak paling konsisten dan proporsional, menandakan bahwa ia memiliki kemampuan representasi spasial yang lebih matang. Subjek 2 juga menunjukkan kemampuan visual yang baik, bahkan ia membuat dua gambar untuk memperjelas pemahamannya terhadap struktur bangun. Adapun subjek 1 menghasilkan gambar yang sederhana tetapi akurat. Temuan ini menunjukkan bahwa representasi visual merupakan kekuatan utama ketiga subjek.

Namun demikian, kelemahan yang paling menonjol terletak pada aspek *self-explanation*. Pada tahap ini, subjek diharapkan dapat menjelaskan alasan matematis dibalik setiap langkah penyelesaian yang mereka tulis. Ketiga subjek terlihat berusaha memberikan penjelasan mandiri tentang langkah-langkah perhitungan, tetapi penalaran mereka belum sepenuhnya tepat dan sistematis. Subjek 1, misalnya, menggunakan konsep keliling untuk mencari tinggi segitiga, yang merupakan strategi tidak relevan dengan konteks soal. Subjek 2 mencoba menerapkan teorema pythagoras, tetapi memasukkan nilai yang belum dihitung sehingga menimbulkan ketidakkonsistenan dalam alur logika. Subjek 3 tampak lebih runtut, namun ia melakukan *jumping conclusion* dengan menetapkan nilai BD dan DC tanpa perhitungan formal yang mendukung. Hal ini menandakan bahwa subjek masih mengalami kesulitan dalam menghubungkan data, konsep, dan langkah penyelesaian secara deduktif.

Perbedaan paling mencolok di antara ketiga subjek terletak pada konsistensi antara representasi visual dan prosedur matematis. Subjek 3 menunjukkan tingkat konsistensi tertinggi, visualisasinya akurat dan sebagian besar langkah perhitungannya selaras dengan gambar yang ia buat. Sebaliknya, subjek 1 dan subjek 2 kerap menunjukkan lompatan logika dalam perhitungan, sehingga langkah penyelesaiannya tidak selaras dengan struktur visual yang mereka gambar. Misalnya, gambar mereka menunjukkan tinggi AD yang tepat, tetapi perhitungan mereka tidak mendukung struktur tersebut. Fenomena ini menunjukkan bahwa meskipun representasi visual mereka

baik, integrasi antara visualisasi dan penalaran matematis belum terbangun secara optimal.

Secara keseluruhan, temuan ini mengungkap bahwa kemampuan subjek dalam memahami masalah melalui representasi verbal dan visual sudah cukup berkembang. Namun, kemampuan untuk menjelaskan, menghubungkan, dan membenarkan langkah-langkah penyelesaian matematis masih membutuhkan penguatan. Dengan kata lain, mahasiswa mampu “melihat” dan “membaca” struktur geometri dengan baik, tetapi belum sepenuhnya mampu “menalar” dan “membuktikan” langkah matematis dengan tepat dan logis.

Pembahasan

Pembahasan dari hasil penelitian ini menegaskan bahwa ekspresi verbal memainkan peran sentral dalam mengungkap dinamika proses berpikir mahasiswa ketika menyelesaikan masalah geometri berbasis deskripsi bahasa. Pada aspek *verbalization*, mahasiswa mampu membaca, mengekstraksi, dan menuliskan ulang informasi penting dari soal secara sistematis. Temuan ini konsisten dengan (del Olmo-Muñoz et al., 2023) yang menekankan bahwa kemampuan memahami bahasa, memetakan informasi naratif, serta mengartikulasikan ulang konteks verbal merupakan fondasi utama dalam pemecahan masalah matematika berbasis teks.

Hal ini selaras dengan konsep *language and thought* dalam *Cognitive Psychology* (Sternberg & Sternberg, 2012), bahwa kemampuan verbal membantu membentuk mental representation atas masalah, termasuk membangun proposisi dan struktur visual yang digunakan untuk memahami konteks tugas. Temuan ini juga sejalan dengan hasil penelitian (Amalina & Vidákovich, 2023) yang menunjukkan bahwa pemecahan masalah matematika yang disajikan dalam bahasa natural menuntut keterampilan pemahaman teks dan pembentukan representasi mental dari informasi linguistik, sehingga kemampuan linguistik menjadi faktor penting dalam keberhasilan pemecahan masalah matematika.

Pada aspek *self-explanation*, mahasiswa menunjukkan upaya menjelaskan langkah-langkah penyelesaian berdasarkan rumus dan konsep yang mereka pahami. Namun, upaya tersebut belum sepenuhnya konsisten, terbukti dari lompatan logika, penggunaan nilai tanpa dasar perhitungan, dan revisi langkah yang tidak disertai justifikasi formal. Kondisi ini memperkuat temuan (Nakamoto et al., 2023), bahwa *self-explanation* yang muncul secara spontan umumnya bersifat parsial dan membutuhkan *scaffolding* agar dapat berkembang menjadi penalaran yang koheren.

(Sternberg & Sternberg, 2012) juga menekankan bahwa *analytic intelligence* melibatkan kemampuan mengevaluasi strategi, memilih langkah yang tepat, dan memberikan justifikasi logis. Ketidaktepatan strategi pada mahasiswa

dalam penelitian ini menunjukkan bahwa komponen evaluatif dalam proses berpikir mereka belum berkembang kuat. Pandangan ini konsisten dengan (Smit, 2023) yang menunjukkan bahwa dalam konteks matematika, siswa yang kurang dibimbing cenderung memilih strategi secara acak dan kesulitan mengevaluasi keefektifan langkah-langkahnya.

Pada aspek *oral description*, kemampuan mahasiswa berada pada kategori paling kuat. Ketiganya mampu menggambar struktur segitiga secara akurat dan proporsional, termasuk merepresentasikan garis tinggi AD dan hubungan spasial antar titik. Temuan ini sejalan dengan studi (Diego-Mantecon et al., 2021; Hanid et al., 2022; Nindiasari et al., 2024) yang menegaskan bahwa visualisasi serta diagram membantu siswa membangun pemahaman geometris secara lebih mendalam.

Namun, penelitian ini menemukan adanya ketidaksesuaian antara representasi visual dan prosedur matematis, terutama pada dua Mahasiswa. Fenomena ini dapat dikategorikan sebagai *representational GAP*, yaitu kondisi ketika mahasiswa memahami struktur visual tetapi gagal menerjemahkannya menjadi langkah matematis yang benar. Temuan ini selaras dengan (Elsayed & Al-Najrani, 2021), yang menunjukkan bahwa siswa dapat memiliki kemampuan visual tinggi tetapi tetap lemah dalam prosedur numerik atau penalaran deduktif.

Menurut (Jabar et al., 2022) juga menemukan bahwa ketidaksesuaian antara visual dan langkah matematis merupakan masalah umum dalam pembelajaran matematika, khususnya pada materi geometri dan representasi relasional. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan representasi tidak selalu berbanding lurus dengan kemampuan prosedural.

Analisis keseluruhan menunjukkan bahwa temuan penelitian ini konsisten dengan kerangka teori Sternberg–Piaget–Vygotsky. Dari perspektif Sternberg, bahasa terbukti menjadi alat penting dalam membangun mental representation, di mana *verbalization* dan visualisasi bekerja saling melengkapi untuk memahami masalah geometri. Temuan ini diperkuat oleh (Flores, 2024), yang menemukan bahwa kemampuan analitik dalam kerangka *triarchic intelligence* berhubungan erat dengan keberhasilan dan keterlibatan siswa dalam pemecahan masalah matematika. Mengacu pada Piaget, kemampuan mahasiswa dalam menggambar bangun secara tepat menandakan bahwa mereka telah berada pada tahap operasional formal, namun ketidakkonsistenan dalam langkah penyelesaian menunjukkan bahwa koordinasi operasi logis mereka masih belum sepenuhnya matang. Sementara itu, dalam pandangan Vygotsky, ketidakstabilan *self-explanation* mengindikasikan minimnya *scaffolding* yang diperlukan agar bahasa dapat berfungsi optimal sebagai alat regulasi diri dan pendorong penalaran matematis. Hal ini sejalan dengan (Putra et al., 2024), yang menegaskan

peran penting *scaffolding* dalam membangun representasi matematis yang lebih terstruktur.

KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini menyimpulkan bahwa mahasiswa memiliki kemampuan verbal yang cukup baik dalam mengolah informasi geometri. Pada tahap *verbalization*, seluruh subjek mampu menuliskan kembali informasi penting dari soal serta memberikan pelabelan yang tepat pada diagram, sehingga struktur masalah dapat dipahami sejak awal. Pada tahap *self-explanation*, ketiga subjek tampak berusaha menjelaskan langkah penyelesaian yang mereka pilih, namun penalaran yang muncul belum sepenuhnya runtut dan beberapa strategi yang digunakan tidak tepat. Sementara itu, *oral description* menjadi aspek yang paling menonjol, ditandai dengan kemampuan menggambar struktur segitiga secara akurat dan merepresentasikan hubungan spasial antar unsur dengan baik. Secara keseluruhan, ekspresi verbal mahasiswa memberikan gambaran yang jelas tentang alur proses berpikir mereka dalam memahami dan menyelesaikan masalah geometri, meskipun masih terdapat ketidaksesuaian antara visualisasi yang dibuat dan langkah perhitungan yang dilakukan.

Saran bagi akademisi serta peneliti selanjutnya: Dosen perlu mengintegrasikan *think-aloud* dan diskusi berbasis verbal dalam pembelajaran geometri. Penelitian lanjutan dapat menambah jumlah subjek untuk mendapatkan variasi pola proses berpikir. Perlu dikembangkan instrumen analisis multimodal agar kombinasi verbal–visual–numerik dapat dianalisis secara lebih komprehensif.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, A. H., Julius, E., Suhairom, N., Ali, M., Abdul Talib, C., Mohamad Ashari, Z., Abdul Kohar, U. H., & Abd Rahman, S. N. S. (2022). Relationship between self-concept, emotional intelligence and problem-solving skills on secondary school students' attitude towards solving algebraic problems. *Sustainability*, 14(21), 14402. <https://doi.org/10.3390/su142114402>
- Aisyah, N., Susanti, E., Meryansumayeka, M., Siswono, T. Y. E., & Maat, S. M. (2023). Proving geometry theorems: Student prospective teachers' perseverance and mathematical reasoning. *Infinity Journal*, 12(2), 377–392. <https://doi.org/10.22460/infinity.v12i2.p377-392>
- Amalina, I. K., & Vidákovich, T. (2023). Cognitive and socioeconomic factors that influence the mathematical problem-solving skills of students. *Heliyon*, 9(9), e19539. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e19539>

-
- Arifin, M. (2020). Misconceptions of junior high school students in solving Pythagorean theorem problems. *Mathedunesa*, 9(2), 461–467. <https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v9n2.p461-467>
- Bedewy, S. E., Lavicza, Z., Haas, B., & Lieban, D. (2022). A STEAM practice approach to integrate architecture, culture and history to facilitate mathematical problem-solving. *Education Sciences*, 12(1), 9. <https://doi.org/10.3390/educsci12010009>
- Belda-Medina, J., & Calvo-Ferrer, J. R. (2022). Integrating augmented reality in language learning: Pre-service teachers' digital competence and attitudes through the TPACK framework. *Education and Information Technologies*, 27(9), 12123–12146. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11123-3>
- Boaler, J., Brown, K., LaMar, T., Leshin, M., & Selbach-Allen, M. (2022). Infusing mindset through mathematical problem solving and collaboration: Studying the impact of a short college intervention. *Education Sciences*, 12(10), 694. <https://doi.org/10.3390/educsci12100694>
- Castaño-Calle, R., Jiménez-Vivas, A., Poy Castro, R., Calvo Álvarez, M. I., & Jenaro, C. (2022). Perceived benefits of future teachers on the usefulness of virtual and augmented reality in the teaching-learning process. *Education Sciences*, 12(12), 855. <https://doi.org/10.3390/educsci12120855>
- Del Cerro Velázquez, F., & Morales Méndez, G. (2021). Systematic review of the development of spatial intelligence through augmented reality in STEM knowledge areas. *Mathematics*, 9(23), 3067. <https://doi.org/10.3390/math9233067>
- Del Olmo-Muñoz, J. (2024). Metacognitive control during problem solving at early ages. *ZDM–Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01621-8>
- Del Olmo-Muñoz, J., González-Calero, J. A., Diago, P. D., Arnau, D., & Arevalillo-Herráez, M. (2023). Intelligent tutoring systems for word problem solving in COVID-19 days: Could they have been (part of) the solution? *ZDM Mathematics Education*, 55(1), 35–48. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01396-w>
- Diego-Mantecon, J.-M., Prodromou, T., Lavicza, Z., Blanco, T. F., & Ortiz-Laso, Z. (2021). An attempt to evaluate STEAM project-based instruction from a school mathematics perspective. *ZDM Mathematics*

Education, 53(5), 1137–1148. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01303-9>

Elsayed, S. A., & Al-Najrani, H. I. (2021). Effectiveness of the augmented reality on improving the visual thinking in mathematics and academic motivation for middle school students. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(8), em1991. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11069>

Erath, K. (2021). Designing and enacting instruction that enhances language for mathematics learning. *ZDM–Mathematics Education*, 53. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01213-2>

Ester, P., Morales, I., Moraleda, Á., & Bermejo, V. (2021). The verbal component of mathematical problem solving in bilingual contexts by early elementary schoolers. *Mathematics*, 9(5), 564. <https://doi.org/10.3390/math9050564>

Fadzil, N. M., Osman, S., Ahmad, J., Jambari, H., & Said Husain, S. K. (2025). Enhancing students' problem-solving skills in algebra word problems: A systematic review of TAPPS and storyboarding strategies. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 20(4), em0850. <https://doi.org/10.29333/iejme/16835>

Flores, G. M. (2024). Triarchic intelligences and engagement: The erratic factors in mathematics achievement. *International Journal of Educational*, 5(2). <https://doi.org/10.53378/353055>

González González, M., Rojas Velázquez, M. D. C., & Álvarez Araque, M. (2023). *The Role of Visualization in the Development of Logical-Mathematical and Spatial Thinking*.

Hanid, M. F. A., Said, M. N. H. M., Yahaya, N., & Abdullah, Z. (2022). Effects of augmented reality application integration with computational thinking in geometry topics. *Education and Information Technologies*, 27(7), 9485–9521. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-10994-w>

Hlongwana, P., Mudaly, V., & Zulu, M. W. (2025). Enhancing geometry problem-solving through visualization for multilingual learners. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(7), em2662. <https://doi.org/10.29333/ejmste/16564>

Iesyah, I., Putri, N. A. R., & Fitriani, F. (2022). Analisis kemampuan komunikasi matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri

berbasis teks. *Axiom: Jurnal Pendidikan Dan Matematika*, 11(1), 45–57.
<https://doi.org/10.30821/axiom.v11i1.13274>

Irawati, R., & Hilmi, Y. (2023). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah geometri ditinjau dari representasi matematis. *Axiom: Jurnal Pendidikan Dan Matematika*, 12(2), 284–295.
<https://doi.org/10.30821/axiom.v12i2.14832>

Jabar, J. M., Hidayat, R., Samat, N. A., Rohizan, M. F. H., Salim, N., & Norazhar, S. A. (2022). Augmented reality learning in mathematics education: A systematic literature review. *Journal of Higher Education Theory and Practice*, 22(15), 183–202.
<https://doi.org/10.33423/jhetp.v22i15.5570>

Kharisudin, I., Widiatmaka, W., & Masrukan. (2024). Representasi dalam pemodelan matematis dan hubungannya dengan kemandirian belajar siswa. *EJournal UIN Salatiga*.

Kusuma, R. A., Rahmawati, F., Murtianto, Y. H., & Baldemor, M. (2024). Mathematical problem-solving process reviewed from emotional intelligence through metacognition: A literature review. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 25(1), 399–418. <https://doi.org/10.23960/jpmipa/v25i1.pp399-418>

Nakamoto, R., Flanagan, B., Dai, Y., Yamauchi, T., Takami, K., & Ogata, H. (2023). Enhancing self-explanation learning through a real-time feedback system: An empirical evaluation study. *Sustainability*, 15(21), 15577. <https://doi.org/10.3390/su152115577>

Nindiasari, H., Pranata, M. F., Sukirwan, S., Sugiman, S., Fathurrohman, M., Ruhimat, A., & Yuhana, Y. (2024). The use of augmented reality to improve students' geometry concept problem-solving skills through the STEAM approach. *Infinity Journal*, 13(1), 119–138.
<https://doi.org/10.22460/infinity.v13i1.p119-138>

Putra, R. W. Y., Sutiarso, S., & Nurhanurawati, N. (2024). Using the Realistic Mathematics Education (RME) approach with scaffolding to enhance mathematical representation ability. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(2), 535–546. <https://doi.org/10.24042/ajpm.v15i2.24560>

Salle, A. (2020). Self-explanation in mathematical problem-solving: Written and gestural traces of students' reasoning. *Journal of Mathematics Education Research*.

-
- Smit, R. (2023). Supporting primary students' mathematical reasoning: Strategy use and evaluation. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1080/14794802.2022.2062780>
- Sternberg, R. J., & Sternberg, K. (2012). *Cognitive Psychology* (6, Ed.). Wadsworth Cengage Learning.
- Sumaji, Sa'Dijah, S., Susiswo, S., & Sisworo, S. (2019). Mathematical communication skills in geometry problem solving. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 243(1), 12128. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/243/1/012128>
- Vessonnen, J., Karlsson, T., Heikkilä, M., & Hannula, M. S. (2024). Linguistic features of mathematical word problems and their effects on student performance. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00495-y>
- Wulandari, A. F., Yuniarso, D., & Octavianti, R. (2023). Analisis kemampuan komunikasi matematis siswa dalam menyelesaikan masalah geometri. *Tarbiyah: Jurnal Ilmiah Kependidikan*, 12(2), 150. <https://doi.org/10.18592/tarbiyah.v12i2.9784>
- Yohanes, Y. A., Kartikasari, I., Suryati, S., & Asyhar, R. (2024). Efektivitas model pembelajaran Thinking Aloud Pair Problem Solving terhadap kemampuan pemecahan masalah matematis siswa SMP. *Jurnal Muara Pendidikan*, 9(2). <https://doi.org/10.52060/mp.v9i2.2502>