

## Aplikasi Pewarnaan Graf terhadap Penyimpanan Bahan Kimia

Muhlisatul Mahmudah<sup>1</sup>

[1maxlisa742@gmail.com](mailto:1maxlisa742@gmail.com)

### ABSTRACT

Graf  $G = (V, E)$ , where  $V$  is the set of points and  $E$  is the set of sides. An interesting application of graphs, one of which is graph coloring. There are three kinds of coloring that are point coloring, edge coloring, and region coloring. This paper will be studied dye staining. Point coloring is coloring the dots of a graph so that no two neighboring dots have the same color. The minimum number of colors that can be used to color a graph is expressed by chromatic numbers. Currently a lot of applications for graph coloring, one of which is the storage of chemicals. The storage of chemicals required a good arrangement, this is due to the influence of chemicals on each other if stored simultaneously. The main focus of this paper is to determine the chromatic number in the graph and the application scheme of dye graph coloring.

**Keywords:** *Edge Coloring and Region Coloring; Graph Coloring; Point Coloring*

### ABSTRAK

Graf  $G = (V, E)$ , dimana  $V$  adalah himpunan titik dan  $E$  adalah himpunan sisi. Aplikasi menarik dari suatu graf, salah satunya adalah pewarnaan graf. Terdapat tiga macam pewarnaan yaitu pewarnaan titik, sisi, dan wilayah. Dalam makalah ini akan dikaji pewarnaan titik. Pewarnaan titik adalah memberi warna pada titik-titiknya dari suatu graf sedemikian sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga mempunyai warna yang sama. Jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai graf dinyatakan dengan bilangan kromatik. Saat ini banyak sekali aplikasi dari pewarnaan graf, salah satunya yaitu penyimpanan terhadap bahan kimia. Dalam penyimpanan bahan kimia diperlukan pengaturan yang baik, hal ini disebabkan adanya pengaruh terhadap bahan kimia yang satu dengan yang lainnya jika disimpan bersamaan. Fokus utama makalah ini adalah menentukan bilangan kromatik pada graf dan skema aplikasi dari pewarnaan graf titik

**Kata Kunci:** *Pewarnaan Graf; Pewarnaan Sisi dan Pewarnaan Wilayah; Pewarnaan Titik*

---

<sup>1</sup> Universitas Islam Jember, Indonesia

## PENDAHULUAN

Cabang matematika terkini terkait dengan sains komputer yang cukup terkenal adalah Teori Graf. Teori graf yang cukup terkenal adalah Teori Graf. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek dinyatakan sebagai noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis. Dua bagian yang penting dalam representasi graf adalah simpul (vertex) dan ruas (edge). Sehingga graf bisa dikatakan sebagai himpunan dari simpul dan ruas. Sehingga graf bisa dikatakan sebagai himpunan dari simpul dan ruas. Teori graf merupakan topik yang banyak mendapat perhatian saat ini, karena model - model yang ada pada teori graf berguna untuk aplikasi yang luas. Dalam pengaplikasiannya teori graf banyak berhubungan dengan kehidupan sehari-hari, misalnya dikaitkan dengan masalah jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, ilmu kimia, sosiologi, kriptografi dan lain sebagainya. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Masalah yang sering dihadapi dalam kehidupan sehari-hari yaitu penentuan jadwal yang sering tumpah tindih dikarenakan pembuatan jadwal yang masih manual.

Graf adalah salah satu pokok bahasan Matematika Diskrit yang telah lama dikenal dan banyak diaplikasikan pada berbagai bidang. Dalam merepresentasikan visual dari suatu graf yaitu dengan menyatakan objek dengan simpul, noktah, bulatan, titik, atau vertex, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau edge (Micha I Karonski, 2014). Secara umum, graf adalah pasangan himpunan  $(V,E)$  di mana  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (vertex atau node), bisa ditulis  $V = v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$  dan  $E$  adalah himpunan sisi (edges atau arcs) yang menghubungkan sepasang simpul pada graf tersebut, dan ditulis  $E = e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$  (Kavitha dan Govindarajan dan Lu. H ; 2013)

Pewarnaan graf dibagi menjadi 3 macam yaitu: Pewarnaan simpul (vertex colouring), merupakan pemberian warna atau label pada setiap simpul sehingga tidak ada 2 simpul bertetangga yang memiliki warna yang sama (Mulia & Ferry, 2018). Pewarnaan Sisi (edge colouring), merupakan pemberian warna pada setiap sisi pada graf sehingga sisi-sisi yang berhubungan tidak memiliki warna yang sama. Pewarnaan wilayah (region colouring), merupakan pemberian warna pada setiap wilayah pada graf sehingga tidak ada wilayah yang bersebelahan yang memiliki warna yang sama. Pada penelitian ini penulis menggunakan pewarnaan simpul graf atau pewarnaan titik. Pewarnaan titik adalah bagaimana mewarnai titik pada suatu graf sedemikian sehingga dua titik yang bertetangga memiliki warna yang berbeda. Tujuan utama pewarnaan titik pada graf adalah mendapatkan banyaknya warna minimum dari suatu graf yang biasa disebut bilangan khromatik (Rahmat Januar, 2013).

Bilangan kromatik (chromatic number) dari graf  $G$ , dinyatakan dengan  $\chi(G)$ , adalah bilangan  $k$  terkecil sehingga  $G$  dapat diwarnai dengan  $k$  warna.

Biasanya warna-warna yang digunakan untuk mewarnai suatu graf dinyatakan dengan  $1, 2, 3, \dots, k$ . Jelas bahwa  $\chi(G) \leq V(G)$ . Beberapa graf tertentu dapat langsung ditentukan bilangan kromatiknya. Graf kosong  $N_n$  memiliki  $\chi(G) = 1$ . Karena semua titik tidak terhubung, jadi untuk mewarnai semua titik cukup dibutuhkan satu warna saja. Graf lengkap  $K_n$  memiliki  $\chi(G) = n$  sebab semua titik saling terhubung sehingga diperlukan  $n$  warna (Harrary, F:2017). Untuk mencari batas atas dari bilangan kromatik dapat ditentukan dengan menggunakan teorema seperti berikut:

**Teorema 2.1.** Jika  $G$  adalah sebuah graf berderajat  $n$  maka graf  $G$  mempunyai bilangan kromatik  $\chi$  yaitu  $(\chi G) \leq n + 1$ .

Dalam makalah ini, akan membahas salah satu aplikasi yang berkaitan dengan graf yaitu pewarnaan graf (graph coloring), khususnya pewarnaan pada titik graf  $G$  sedemikian sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga mempunyai warna yang sama, sehingga akan diperoleh jumlah minimum warna dengan notasi  $\varphi(G)$  dan nantinya akan dinyatakan dengan bilangan kromatik dengan notasi  $\chi(G)$  (Kaiser. T;2013) dan (Dafik;2018). Pewarnaan graf (graph coloring) adalah kasus khusus dari pelabelan graf (Ardiyansah. R; 2013) dan (Kavitha dan Govindarajan ;2013). Pelabelan disini maksudnya, yaitu memberikan warna pada titik-titik dengan batas tertentu. Pewarnaan titik (vertex coloring) adalah memberi warna berbeda pada titik yang bertetangga sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga mempunyai warna yang sama (Sesa. J.:2014). Jumlah warna minimal  $\varphi(G)$  yang dapat digunakan untuk mewarnai titik-titik dalam suatu graph  $G$  disebut bilangan khromatik  $G$ . salah satu aplikasi pewarnaan graf ini yaitu pengaturan penyimpanan bahan kimia. Beberapa bahan kimia memiliki zat yang dapat berpengaruh jika disimpan atau diltakkan dengan bahan kimia lainnya. Oleh karena itu, diperlukan pengaturan dalam penyimpanannya.

## METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan aksioma atau teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pewarnaan titik pada representasi graf dari penyimpanan bahan kimia. Pewarnaan simpul (vertex colouring), merupakan pemberian warna atau label pada setiap simpul sehingga tidak ada 2 simpul bertetangga yang memiliki warna yang sama. Sedangkan untuk penyelesaiannya digunakan dalam menentukan pewarnaan titik adalah dengan menggunakan *Greedy Algorithm* yaitu:

- START
- Pilih titik tertentu (lebih baik pilih titik awal sesuai dengan notasi dari titik sebuah graf)
- Warnai titik tertentu tersebut dengan warna 1 dan dilanjutkan ke titik-titik lainnya sedemikian hingga tidak ada dua titik yang bertetangga memiliki warna yang sama.

- Warnai sisa titik-titik lainnya dengan warna 2 sedemikian hingga tidak ada dua titik yang bertetangga memiliki warna yang sama.
- Lanjutkan dengan teknik yang sama dengan warna lebih besar satu tingkat di atasnya sampai semua titik terwarnai dan warnanya adalah mencapai  $\gamma$  dimana  $\gamma$  adalah warna terbesar yang minimal. Maka  $\gamma$  sebagai bilangan kromatik pewarnaan titik.
- STOP

Dalam proses penelitian ini dilakukan dengan tiga cara yaitu :

1. Menggambar simpul-simpul graf Simpul-simpul graf yang digambarkan haruslah mewakili pekerjaan yang akan dilakukan.
2. Menggambar sisi-sisi pada graf, Kita menggambarkan sisi-sisi pada setiap pasang simpul yang menggunakan sumber daya yang sama, yang artinya kedua pekerjaan tidak bisa dilakukan pada waktu yang sama.
3. Mewarnai graf Langkah terakhir yang harus kita lakukan adalah mewarnai simpul-simpul pada graf tersebut dengan warna yang minimum sehingga tidak ada simpul-simpul yang bertetangga memiliki warna yang sama.

Dalam penelitian ini, peneliti membahas tentang penyimpanan bahan kimia agar tidak tercampur atau terkontaminasi dari larutan satu dengan yang lain. Penyimpanan merupakan alokasi tempat yang berfungsi sebagai menata suatu barang agar tersusun sesuai dengan yang diinginkan. Penyelesaian kasus penyimpanan pada hakikatnya adalah berupaya untuk mengalokasikan sejumlah aktifitas yang mengandung constraint atau batasan ke dalam timeslot (matriks ruang dan waktu). Jumlah timeslot yang tersedia juga memiliki batasan, baik berupa maupun waktu penggunaannya. Oleh karena itu, penyimpanan yang baik haruslah dapat menyesuaikan sejumlah keterbatasan resource atau sumber daya yang ada agar seluruh aktifitas dapat tetap terlaksana tanpa melanggar constraint-nya. Pewarnaan graf mengakomodasi hal tersebut dengan bilangan kromatik. Berdasarkan pengertian diatas maka penjadwalan adalah suatu proses pengalokasian sumber daya yang ada untuk menghasilkan suatu penyimpanan secara teratur dan sesuai dengan permintaan. Pada penelitian ini penyimpanan bahan kimia dimaksudkan untuk membentuk penyimpanan bahan kimia agar tidak lagi ditemukan bahan kimia yang tumpang tindih atau penyimpanan jadi dalam suatu wadah dikarenakan terdapat bahan kimia yang tidak bisa disimpan secara bersamaan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut data zat kimia yang akan disimpan di suatu ruangan akan tetapi tidak boleh atau tidak bisa disimpan bersama atau berdekatan dengan zat kimia lainnya (reaktifitas bahan-bahan kimia):

- Bahan asam anorganik akan bereaksi dengan asam organik, bahan kaustik, asam amino, serta alkohol, gliter dan gliter eter.

- Bahan asam organik akan bereaksi dengan asam anorganik dan amino.
- Bahan kaustik akan bereaksi dengan asam anorganik, amino serta alkohol, gliter dan gliter eter.
- Bahan amino akan bereaksi dengan asam anorganik, asam organik, bahan kaustik, serta senyawa halogen.
- Bahan bersenyawa halogen hanya bereaksi dengan amino.
- Alkohol, glikol dan glikol eter bereaksi dengan asam anorganik dan asam organik.

Jika dibuat dalam bentuk tabel akan menjadi sebagai berikut, angka (0) jika zat kimia tersebut memiliki reaktifitas dan angka (1) jika zat kimia tersebut tidak memiliki reaktifitas.

	A	B	C	D	E	F*
A	0	1	1	1	0	1
B	1	0	0	1	0	0
C	1	0	0	1	0	1
D	1	1	1	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0
F*	1	0	1	0	0	0

Tabel 3: Matriks Reaktifitas Bahan Kimia

**Keterangan:**

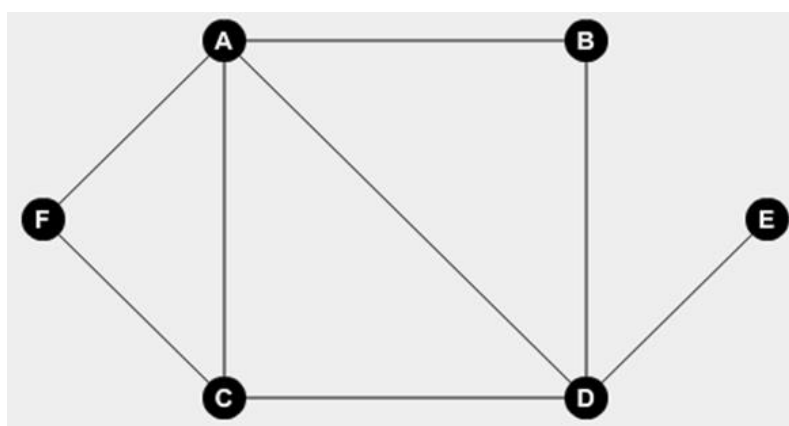
- A = Asam Anorganik
- B = Asam Organik
- C = Kaustik
- D = Amino
- E = Senyawa Halogen
- F = Alkohol
- 

dari ketengan tersebut Alkohol sama sifatnya dengan glikol dan glikol eter, sehingga dapat disatukan dalam satu baris/kolom.

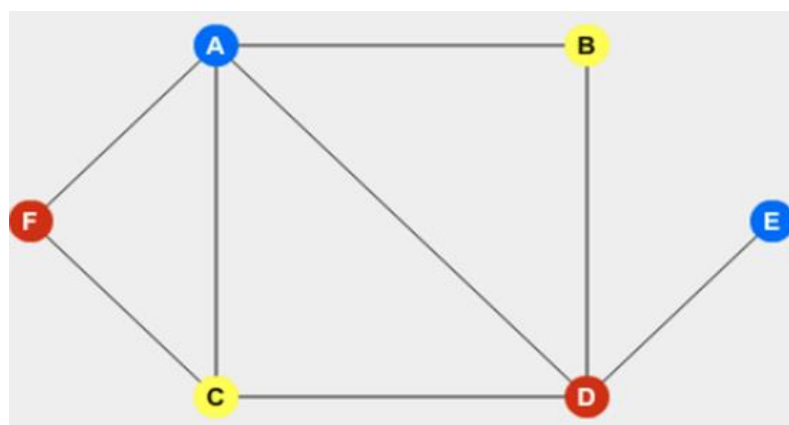
Simpul	Simpul yang tidak kompatibel
A	B, C, D, F
B	A, D
C	A, D, F
D	A, B, C, E
E	D
F	A, C

Tabel 2. Senarai Reaktifitas Bahan Kimia

Berikut pemodelan dalam bentuk graf yaitu:



Gambar 1. Pemodelan dalam bentuk graf



Gambar 2. Vertex coloring

Untuk gambar 1 merupakan representasi dari graf, sedangkan untuk gambar 2 merupakan pewarnaan titik dari representasi graf yang telah dilakukan.

Kompartemen	Bahan Kimia
1	Asam Amino, Senyawa Halogen
2	Asam Organik, Kaustik
3	Amino, Alkohol, Glikol, Glikol Eter

Tabel 3. Hasil Pewarnaan Titik

Dari pewarnaan titik yang telah dilakukan maka didapat seperti tabel 3 yaitu asam amino dapat disimpan dengan senyawa halogen, asam organik disimpan dengan kaustik, amini dengan alkohol, glikol, dan glikol eter.

#### KESIMPULAN

- Teori pewarnaan simpul graf dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai macam permasalahan, salah satunya adalah permasalahan pengaturan penyimpanan bahan kimia.
- Dengan menggunakan teori pewarnaan graf, kita dapat membuat konfigurasi penyimpanan bahan kimia dengan lebih cepat dan efisien. Selain itu, kita juga dapat menemukan jumlah kompartemen minimum yang dibutuhkan untuk menyimpan beberapa bahan. Hal ini tentunya lebih menguntungkan agar tempat penyimpanan bahan kimia menjadi lebih efisien karena kompartemennya yang tidak terlalu banyak.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Ardiyansah. R, Bilangan Kromatik Graf Hasil Amalgamasi Dua Buah Graf, ITS. vol 2(1), 2013
- Dafik, Antimagic Labeling of the Union of Stars, Australian Journal of Combinatorics 42, 35-44, 2008.
- Dafik, Structural Properties and Labeling of Graphs, University of Ballarat, 2007.
- Joseph A. Gallian, A Dynamic Survey of Graph Labeling, University of Minnesota, 1997.
- Kaiser. T, Strong Parity Vertex Coloring of Plane Graphs, University of Primorska. vol 16(1). 143158, 2014.

Kavitha dan Govindarajan, A Study on Achromatic Coloring Graphs and its Applications, Dravidian University. ISSN: 2319-7064. 105-108, 2013.

Lu. H, Vertex-Coloring Edge-Weighting of Bipartite Graphs with Two Edge Weights, Xian Jiaotong University, 2013.

Martin Baca, Stanislaf Jendrol, MirkaMiller, and Joseph Ryan, On Irregular Total Labelings, Discrete Mathematics, 307:13781388, 2007.

Micha I Karonski, Tomasz Luczak, and Andrew Thomason, Edge Weights and Vertex Colours, Journal of Combinatorial Theory, Series B, 91:151157, 2004.

Sesa. J, Penentuan Bilangan Kromatik Fraksional pada Operasi Amalgamasi Graf Lintasan dan Graf Siklus, Universitas Hasanudin. 2014