Kajian Algoritma Fuzzy c-shell cluster Dalam Analisis Fuzzy Clustering Menggunakan Optimasi Pengganda Lagrange

Azwar Habibi
Email: azwarhabibi_ambulu@yahoo.co.id

ABSTRACT

In the group analysis (cluster analysis), there are several methods that have been developed, new methods which are much in demand is fuzzy clustering, fuzzy clustering in its development has been developed in a number of methods (algorithms) one of which is a method of fuzzy c-shell cluster .One method for algorithm to optimize the fuzzy c-shell clusters by using lagrange multipliers by means mendiferensialisasi the meter is in the fuzzy c-shell algorithm clusters. The main problem in the fuzzy c-shell algorithm clusters that determine the optimal parameter of the existing algorithms on the fuzzy c-shell cluster. This paper examines the methods of fuzzy c-shell clusters using lagrange multipliers in mathematics .. The results showed that using lagrange multipliers obtained optimization parameters by minimizing the objective function $\mathrm{J}_s(U,V,R)=\sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m(D_{ik})^2$ lagrange multiplier function obtained using the optimum conditions for the parameters u_{ik}, v_i and r_i as obtained in the above equation is:

$$u_{ik}=\frac{1}{\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{D_{ik}^2}{D_{jk}^2}\right)^{1/(m-1)}},\quad v_i=\frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m}\ \text{and}\ r_i=\frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\left\|\mathrm{x}_k-\mathrm{v}_i\right\|}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m}.$$

Keywords: cluster analysis, fuzzy clustering, fuzzy c-shell clusters, the lagrange multiplier.

ABSTRAK

Dalam analisis kelompok (*cluster analysis*) terdapat beberapa metode yang telah dikembangkan, metode terbaru yang sedang banyak diminati adalah *Fuzzy clustering*, dalam perkembanganya *Fuzzy clustering* telah dikembangkan dalam beberapa metode (algortima) salah satunya yaitu metode *fuzzy c-shell cluster* .Salah satu metode untuk mengoptimasi algoritma *fuzzy c-shell cluster* yaitu dengan menggunakan pengganda lagrange dengan cara mendiferensialisasi para meter yang ada dalam Algoritma *fuzzy c-shell cluster*. masalah utama dalam Algoritma *fuzzy c-shell cluster* yaitu menentukan paremeter yang optimal dari algoritma yang ada pada *fuzzy c-shell cluster*. Pada makalah ini akan mengkaji metode *fuzzy c-shell cluster* menggunakan pengganda lagrange secara matematika.. Hasil penelitian menunjukkan bahwa menggunakan optimasi pengganda lagrange diperoleh parameter dengan cara meminimumkan fungsi objektif $\mathrm{J}_s(U,V,R)=\sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m(D_{ik})^2$ menggunakan fungsi pengganda lagrange diperoleh kondisi optimum untuk parameter u_{ik}, v_i dan r_i seperti yang diperoleh pada persamaan diatas yaitu:

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{D_{ik}^2}{D_{jk}^2}\right)^{1/(m-1)}},\ v_i = \frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m} \text{ dan } r_i = \frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m \left\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\right\|}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m}.$$

Kata Kunci: *Analisis cluster, Fuzzy clustering, fuzzy c-shell cluster , pengganda lagrange.*

**) Staf Peengajar Prodi Pend. Matematika Universitas Islam Jember*

PENDAHULUAN

Analisis *Cluster* adalah teknik analisis statistika multivariat yang bertujuan untuk mengelompokkan *n* objek pengamatan ke dalam *m* kelompok (*m* < *n*) berdasarkan *p* peubah, sehingga setiap pengamatan yang terletak dalam satu kelompok mempunyai sifat yang lebih besar dibandingkan dengan pengamatan yang terletak dalam kelompok lain (Johnson dan Wihern, 1998). Manfaat dari pengelompokan ini yaitu untuk eksplorasi data, reduksi data dan pelapisan data. Eksplorasi data dilakukan untuk memperoleh gambaran tentang informasi yang ada dalam himpunan data tersebut. Dengan reduksi data dimungkinkan untuk mewakili seluruh anggota kelompok dalam suatu informasi ringkasan kelompok tersebut (Dillon dan Goldstein, 1984).

Dalam perkembangan analisis *cluster* metode terbaru yang sedang banyak diminati dalam analisis cluster adalah *Fuzzy Clustering*, Pada proses pengelompokkan (*clustering*) secara klasik, pembentukan partisi dilakukan sedemikian rupa sehingga setiap objek berada tepat pada satu partisi. Akan tetapi, pada suatu saat, hal itu tidak dapat dilakukan untuk menempatkan suatu objek tepat pada suatu partisi, karena sebenarnya objek tersebut terletak diantara dua atau lebih partisi yang lain. Sehingga perlu dilakukan pengelompokan dengan menggunakan *Fuzzy clustering* dimana dalam melakukan pengelompokan mempertimbangkan tingkat keanggotaan himpunan fuzzy sebagai dasar pembobotan (Abonyi dan Szeifert, 2002). Ravi, Srinivas dan Kasabov (2007) menjelaskan, *Fuzzy clustering* yaitu salah satu metode untuk menentukan cluster optimal dalam suatu ruang vektor yang didasarkan pada bentuk normal euclidian untuk jarak antara vektor, yang bertujuan untuk mengelompokkan *n* objek yang disajikan dengan vektor kedalam c suatu kelompok berdasarkan kesamaannya dengan pusat cluster yang diukur melalui fungsi jarak. Ada beberapa metode (algoritma) yang telah dikembangkan dalam analisis *Fuzzy clustering*, antara lain metode *fuzzy c-shell cluster* . Secara umum teknik dari *fuzzy clustering* adalah meminimumkan fungsi objektif $\mathrm{J}_S(U,V,R) = \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m (D_{ik})^2$ dengan persamaan jarak yang digunakan yaitu $(D_{ik})^2 = (\left\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\right\| - r_i)^2$ yang salah satu parameter utamanya adalah fungsi keanggotaan dalam fuzzy (membership function). Penelitian terdahulu dila kukan oleh Pravitasari (2008) membahas tentang kajian optimasi pada *Fuzzy c-Means Cluster menggunakan pengganda lagrange* berbeda dengan penelitian terdahulu. Pada makalah ini akan mengkaji metode pengelompokkan dengan metode *fuzzy c-shell cluster* menggunakan pengganda lagrange sebagai optimasi untuk meminimumkan fungsi objektif pada metode *fuzzy c-shell cluster* .

BAHAN DAN METODE

Analisis *Cluster* (Analisis Kelompok)

Analisis *Cluster* tergolong dalam analisis eksplorasi data variabel ganda (*Exploratory Multivariat Data Analysis*), merupakan analisis yang bertujuan untuk mengelompokkan objek-objek amatan menjadi beberapa kelompok berdasarkan peubah-peubah yang diamati, mengelompokkan objek-objek tersebut berdasarkan kesamaan karakteristik di antara objek-objek tersebut. Objek bisa berupa produk (barang dan jasa), benda (tumbuhan atau lainnya) serta orang (responden atau konsumen). Objek tersebut akan diklasifikasi ke dalam satu atau lebih *cluster* (kelompok) sehingga objek-objek yang berada dalam satu *cluster* akan mempunyai kemiripan satu dengan yang lain (Johnson dan Wihern,1998).

Menurut Dillon dan Goldstein (1984), menjelaskan bahwa analisis cluster berhubungan dengan data berbentuk tabel dimana baris menyatakan objek, organisme atau individu dan kolom menyatakan peubah atau karakteristik. Dasar pengelompokan *n* objek kedalam *m* kelompok adalah jarak, yang merupakan ukuran kedekatan antara masing-masing objek. Dalam menentukan jarak harus diperhatikan satuan peubah-peubahnya, jika satuan peubahnya tidak sama maka perlu dilakukan standarisasi peubah.

Konsep Himpunan *Fuzzy*

Klir dan Yuan (1995), menjelaskan logika *fuzzy* pertama kali Prof. Lotfi Zadeh pada 1965, dalam papernya tersebut dijelaskan ide dasar *fuzzy set* (himpunan fuzzy) yaitu suatu kelas obyek dalam suatu derajat keanggotaan yang mempunyai nilai dalam interval [0,1], hal ini kontras dengan teori logika konvensional yang hanya mempunyai dua derajat keanggotaan yaitu {0,1} setiap obyek dalam *fuzzy set* mencerminkan suatu derajat keanggotaan dalam suatu fungsi keanggotaan yang biasanya disebut $\mu(x)$ yang mempunyai nilai antara 0 dan 1 atau $\{0 \leq \mu(x) \leq 1\}$. Proses pemetaan himpunan fuzzy didefinisakan
dalam $\mu_A(x) \in [0,1]$ dengan
$A = \{x, \mu_A(x) | x \in X\}$; $\mu_A(x)$ adalah fungsi keanggotaan *x* di *A* yang memetakan *X* ke ruang keanggotaan *M* yang terletak pada rentang [0,1].

Fungsi keanggotaan adalah suatu fungsi yang mendefinisikan bagaimana memetakan titik-titik dalam ruang masukan ke dalam derajat keanggotaannya yaitu antara 0 dan 1. Ruang masukan biasanya disebut juga sebagai semesta pembicaraan. Fungsi keanggotaan (membership function) difisualisaikan berbentuk suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data kedalam nilai keanggotaanya yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Beberapa fungsi keanggotaan yang sering digunakan misalnya, segitiga, trapesium, gaussian, generalized bells, fuzzy singleton dan lain-lain.

Algoritma *Fuzzy c-shell cluster*

Dave (1992), menjelaskan dalam algoritma *fuzzy c-shell cluster* , bentuk dasar dari cluster adalah *p*-dimensi *hyper-spherical shell* yang dapat dikarakteristikan oleh pusat dan jari-jari. Misal $\Re$ adalah himpunan riil, $\Re^p$ adalah himpunan riil dari *p*-tuples. Misal $\mathrm{X} = \{\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \ldots, \mathrm{x}_n\} \subset \Re^p$ menjadi suatu himpunan data yang infinite sedemikian sehingga $\mathrm{x}_k \in \mathrm{X}$ adalah *feature vector* ke-*k*. Misal $U \in M_{fc}$ adalah fuzzy *c*-partisi dari X (M_{fc} dinotasikan sebuah himpunan dari fuzzy *c*-partisi dari X); dan misal V adalah *c-tuple* $\{\mathrm{v}_1, \mathrm{v}_2, \ldots, \mathrm{v}_c\}$, $\mathrm{v}_i \in \Re^p$. Misal *R* adalah *c-tuple* $\{r_1, r_2, \ldots, r_c\}, r_i \in \Re^+$.

Bentuk dasar *Hyper-spherical shell* pada pusat v yang mempunyai jari-jari *r* adalah himpunan :

$$\{\mathrm{x} \in \Re^p \,|\, (\mathrm{x}\text{-}\mathrm{v})^{\mathrm{T}} \mathrm{I} (\mathrm{x}\text{-}\mathrm{v}) = r^2\} \tag{1}$$

Dengan I adalah matriks identitas.

Untuk *fuzzy c-shell cluster* , persamaan (1) digunakan sebagai prototipe, dan meminimalkan bobot jumlah dari jarak poin dari seperti bentuk dasar (prototipe). Jadi fungsi fuzzy c-shell $\mathrm{J}_s : M_{fc} \times \Re^{cp} \times \Re^c \to \Re^+$ didefinisikan sebagai :

$$\mathrm{J}_s(U, V, R) = \sum_{i=1}^{c} \sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m (D_{ik})^2 \tag{2}$$

Dengan $m \in [1, \infty)$. Jarak D_{ik} adalah jarak antara feature vektor ke-*k* yaitu x_k dan prototype ke-*i*, didefinisikan sebagai:

$$(D_{ik})^2 = (\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\| - r_i)^2 \tag{3}$$

Dalam persamaan diatas, $\|\cdot\|$ adalah norm jarak euclid, pusat v_i dan jari-jari r_i dari bentuk dasar shell cluster. Definisi di atas didasarkan pada mengukur kuadrat jarak, jadi $(D_{ik})^2$ adalah nilai determinan untuk sebuah titik x_k, dan prototipe (v_i, r_i).

Misal $\|\cdot\|$ dipaksa menjadi produk inti, *m* tetap, $1 < m < \infty$; misal X memiliki sedikitnya $c < n$ poin yang berbeda, dan mendefinisikan ∇k adalah himpunan $\mathrm{I}_k = \{i \,|\, 1 \le i \le c; D_{ik} = 0\}$, dan $\overline{I}_k = \{1, 2, \ldots, c\} - \mathrm{I}_k$. Kemudian, J_s adalah global minimal hanya jika :

$$\mathrm{I}_k = \phi \Rightarrow u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} \left[\frac{D_{ik}^2}{D_{jk}^2} \right]^{1/(m-1)}} \tag{4}$$

dengan

$$\mathrm{I}_k \ne \phi \Rightarrow u_{ik} = 0,\ \forall i \in \overline{\mathrm{I}} \text{ dan } \sum_{i=1}^{c} u_{ik} = 1,$$

dan untuk persamaan berikut dipenuhi oleh pusat cluster v_i dan jari-jari cluster r_i pada persamaan diatas, $d_{ik} = \|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\|$ adalah jarak dari titik x_k dari pusat cluster v_i. Algoritma pengelompokan *Fuzzy c-shell cluster* diberikan sebagai berikut:

a. Menentukan *k* banyak cluster yang ingin dibuat, $2 \le k < n$, dengan *n* adalah jumlah dari data. Menentukan eksponen *m*, antara $1 < m < \infty$.
b. Menentukan counter iterasi *j* = 0. inisialisasi fuzzy c-partisi U^0.
c. Menghitung cluster center v_i, dan jari-jari cluster r_i dengan menggunakan metode pengganda lagrange dengan perkiraan inisial untuk iterasi pertama dari persamaan (5) dibawah ini:

$$\mathrm{v}_i = \frac{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \mathrm{x}_k}{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m} \quad (5)$$

$$r_i = \frac{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \left\| \mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i \right\|}{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m} \quad (6)$$

d. Menghitung jarak, $(D_{ik})^2$ menggunakan persamaan (3).
e. Update anggota iterasi ke-*j*, U^j dengan persamaan (4).
f. Periksa nilai kekonvergenan dengan membandingkan U^j dan U^{j-1} dalam nilai norm yang sesuai. Jika $\left|U^j - U^{j-1}\right| < \varepsilon$, maka berhenti. Jika $\left|U^j - U^{j-1}\right| > \varepsilon$, maka naikkan iterasi (*j* = *j* + 1) dan kembali kelangkah c.

Teori Pengganda Lagrange

Perhitungan nilai ekstrim sebuah fungsi yang menghadapi kendala berupa fungsi lain, dapat diselesaikan dengan pengganda Lagrange. Caranya ialah dengan membentuk fungsi baru, disebut fungsi Lagrange, yang merupakan penjumlahan dari fungsi yang hendak dioptimumkan ditambah hasil kali pengganda lagrange λ dengan fungsi kendalanya.

Misalkan hendak dioptimumkan $z = f(x, y)$

Dengan syarat harus terpenuhi $u = g(x, y)$

Maka fungsi Lagrangenya:

$$F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y) \quad (7)$$

Pengganda Lagrange λ adalah suatu variabel tak tentu hanya bersifat sebagai pembantu. Syarat diatas merupakan syarat yang diperlukan untuk menghitung nilai ekstrim dari fungsi yang baru dibentuk, dan karenanya desebut sebagai syarat yang diperlukan (Agnew, 1942).

METODOLOGI

Mengkaji metode *fuzzy c-shell cluster*

Melakukan optimasi dengan meminimumkan fungsi objektif menggunakan pengganda lagrange sehingga dapat diperoleh parameter u_{ik}, v_i dan r_i yang optimum.

- Diketahui fungsi objektif J_s dan fungsi pembatas (constrain) $\sum_{i=1}^{c} u_{ik} = 1$
- Menentukan fungsi pengganda lagrange $L_{FCS}(U, V, R) = J_s + \lambda_k (constrain)$
- Mendiferensialkan fungsi pengganda lagrange terhadap u_{ik}, v_i dan r_i, yaitu: $\frac{\partial L_{FCS}}{\partial u_{ik}} = 0$, $\frac{\partial L_{FCS}}{\partial v_i} = 0$ dan $\frac{\partial L_{FCS}}{\partial r_i} = 0$.

HASIL DAN DISKUSI

Optimasi Fungsi Objektif pada Metode *Fuzzy c-shell cluster*

Pengelompokkan data kedalam sejumlah *cluster* yang dilakukan oleh metode *Fuzzy c-shell cluster* dengan meminimumkan fungsi objektif

$$\mathrm{J}_s(U, V, R) = \sum_{i=1}^{c} \sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m (D_{ik})^2 \quad (10)$$

U, V dan R adalah variabel yang akan dioptimasi dengan fungsi pembatas atau *constraint* (global minimal)

$$\sum_{i=1}^{c} u_{ik} = 1 \quad (11)$$

Keterangan:

a. u_{ik} adalah derajat keanggotaan pada obyek ke-*i* dan kelompok ke-*k* yang merupakan elemen dari matriks **U**.

b. v_i adalah cluster center ke-*i*.

c. r_i adalah jari-jari cluster ke-*i*.

d. *k* adalah banyak cluster yang ingin dibuat yaitu $2 \le k < n$.

e. *m* adalah Pangkat (pembobot) ($m > 1$), tidak ada nilai *m* yang optimum, tetapi nilai *m* yang sering digunakan adalah 2 (agusta, 2007).

f. *n* adalah jumlah observasi.

g. D_{ik} adalah jarak observasi yang dirumuskan sebagai berikut:

$$(D_{ik})^2 = (\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\| - r_i)^2 \quad (12)$$

Optimasi parameter U, V dan R pada fungsi objektif (10) dengan fungsi pembatas (11) dilakukan dengan menggunakan pengganda lagrange, sehingga dapat ditetapkan suatu pengganda lagrange atau lagrangian λ_k, sebagai berikut:

$$L_{FCS}(U,V,R) = J_s + \lambda_k (constrain)$$

$$L_{FCS}(U,V,R) = \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m (D_{ik}^2) + \sum_{k=1}^{n}\lambda_k\left(\sum_{i=1}^{c}(u_{ik}-1)\right)$$

(13)

Untuk mencari nilai optimum dari U, V dan R dilakukan dengan menurunkan fungsi lagrange untuk masing-masing parameter. Untuk mendapatkan derajat keanggotaan tiap-tiap obyek, turunan fungsi lagrange (13) terhadap u_{ik} adalah sama dengan nol.

$$\frac{\partial L_{FCS}}{\partial u_{ik}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m D_{ik}^2 + \sum_{k=1}^{n}\lambda_k\left(\sum_{i=1}^{c}(u_{ik}-1)\right)}{\partial u_{ik}} = 0$$

$$\Leftrightarrow m u_{ik}^{m-1} D_{ik}^2 - \lambda_k = 0$$

$$\Leftrightarrow u_{ik} = \left(\frac{\lambda_k}{m D_{ik}^2}\right)^{1/(m-1)}$$

(14) Karena parameter u_{ik} masih mengandung pengganda lagrange maka harus disubstitusikan ke persamaan (11) yaitu fungsi kendala (*constraint*), sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{c} u_{ik} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{c}\left(\frac{\lambda_k}{m D_{ik}^2}\right)^{1/(m-1)} = 1$$

$$\left(\frac{\lambda_k}{m}\right)^{1/(m-1)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{c}\left(\frac{1}{D_{ik}^2}\right)^{1/(m-1)}}$$

(15) Substitusi persamaan (14) ke (15) sehingga diperoleh nilai optimum untuk u_{ik}, sehingga diperoleh:

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{1}{D_{jk}^2}\right)^{1/(m-1)}}\left(\frac{1}{D_{ik}^2}\right)^{1/(m-1)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{D_{ik}^2}{D_{jk}^2}\right)^{1/(m-1)}}$$

(16)

Untuk kondisi optimum parameter v_i (pusat cluster) dapat diperoleh dari turunan fungsi lagrange sebagai berikut:

$$\frac{\partial L_{FCS}}{\partial v_i} = 0;$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m D_{ik}^2 + \sum_{k=1}^{n}\lambda_k\left(\sum_{i=1}^{c}(u_{ik}-1)\right)}{\partial v_i} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m D_{ik}^2 + 0}{\partial v_i} = 0$$

Ingat persamaan jarak yang digunakan yaitu $(D_{ik})^2 = \left(\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\| - r_i\right)^2$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m \left(\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\| - r_i\right)^2}{\partial v_i} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m \|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\| - \sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m r_i = 0$$

Karena yang dioptimasi adalah pusat cluster maka otomatis tidak mengandung jari-jari jadi r_i=0

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m} \qquad (17)$$

Sedangkan untuk Kondisi optimum paremeter r_i (jari-jari cluster), sebagai berikut

$$\frac{\partial L_{FCS}}{\partial r_i} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m D_{ik}^2 + \sum_{k=1}^{n}\lambda_k\left(\sum_{i=1}^{c}(u_{ik}-1)\right)}{\partial r_i} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m D_{ik}^2 + 0}{\partial r_i} = 0$$

Ingat $(D_{ik})^2 = \left(\left\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\right\| - r_i\right)^2$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m \left(\left\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\right\| - r_i\right)^2}{\partial r_i} = 0$$

$$r_i = \frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m \left\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\right\|}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m} \qquad (18)$$

Jadi parameter u_{ik}, v_i dan r_i dapat mencapai kondisi optimum seperti yang diperoleh pada persamaan (16), (17) dan (18).

KESIMPULAN

Dalam mengkaji Metode *fuzzy c-shell cluster* dapat dilakukan optimasi dengan pengganda lagrange untuk mendapatkan nilai fungsi objektif yang optimum dalam *fuzzy c-shell cluster* . Pengelompokkan dalam *fuzzy c-shell cluster* pada dasarnya menpunyai prinsip meminimumkan fungsi objektif $\mathrm{J}_s(U,V,R) = \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m (D_{ik})^2$ dengan menggunakan fungsi pengganda lagrange diperoleh kondisi optimum untuk parameter u_{ik}, v_i dan r_i seperti yang diperoleh pada persamaan diatas yaitu:

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{D_{ik}^2}{D_{jk}^2}\right)^{1/(m-1)}}, \qquad v_i = \frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m}$$

dan $r_i = \frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m \left\|\mathrm{x}_k - \mathrm{v}_i\right\|}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m}$.

DAFTAR PUSTAKA

Abonyi, J. and Szeifert, F. 2003. Supervised Fuzzy Clustering for the Identification of Fuzzy Classifiers. *Journal Elsevier*. 24: 2195-2207.

Agnew R. P. 1942. *Differential Equations,* McGraw-Hill, New York.

Agusta, Y. 2007. K-means-Penerapan, Permasalahan dan Metode Terkait, *Jurnal Sistem dan Informatika,* Vol. 3, hal. 47-60.

Dave, R.N. 1992. Generalized Fuzzy c-shell cluster ing and Detection of Circular And Elliptical Boundaries. *Journal Pergamon Pattern Regognition*. 25(7): 713-721.

Dillon, W.R and Goldstein, M. 1984. *Multivariate Analysis Methods and Application*. John Wiley & Sons, New York.

Johnson, R.A and Wichern, D.W. 1998. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall, Upper Sandle River, New Jerse.

Klir, G.J., and Yuan, B. 1995. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theori and Applications*, Prentice Hall, Upper Sandle River, New Jerse.

Pravitasari, A. A., (2008), *Analisis Pengelompokkan Dengan Fuzzy C-Means Cluster(Kasus Pengelompokkan Kecamatan di Kabupaten Tuban Berdasarkan Tingkat Partisipasi Pendidikan).* Thesis, Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.

Ravi, V., Srinivas, E.R. and Kasabov. N.K. 2007 . On-Line Evolving Fuzzy Clustering. *IEEE, International Conference on Computational Intelegence and Multimedia Application*. 347-351.